



Mesures gravimétriques au sol et satellitaires: étude du rapport entre variation de pesanteur et déplacement vertical et apport de la mission spatiale GRACE à l'étude des surcharges hydrologiques et des très grands séismes

Caroline de Linage

► To cite this version:

Caroline de Linage. Mesures gravimétriques au sol et satellitaires: étude du rapport entre variation de pesanteur et déplacement vertical et apport de la mission spatiale GRACE à l'étude des surcharges hydrologiques et des très grands séismes. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2008. Français. NNT: . tel-00349160

HAL Id: tel-00349160

<https://theses.hal.science/tel-00349160>

Submitted on 23 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre
Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)



Thèse présentée pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Louis Pasteur Strasbourg I

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers

Spécialité : gravimétrie et géodésie

par

Caroline ROZIER de LINAGE

**Mesures gravimétriques au sol et satellitaires :
étude du rapport entre variation de
pesanteur et déplacement vertical
et apport de la mission spatiale GRACE
à l'étude des surcharges hydrologiques
et des très grands séismes**

Soutenue publiquement le 9 septembre 2008

devant les membres du jury :

M. Jacques HINDERER	Directeur de Recherche, EOST	Directeur de Thèse
M. Jean-Jacques LÉVÊQUE	Directeur de Recherche, EOST	Rapporteur Interne
M. Pierre BRIOLE	Directeur de Recherche, ENS	Rapporteur Externe
M. Olivier de VIRON	Maître de Conférences, IPGP	Rapporteur Externe
M. Richard BIANCALE	Ingénieur, CNES	Examineur
M. David CROSSLEY	Professeur, Saint-Louis University	Invité

Résumé

Nous modélisons le rapport entre variation de pesanteur et déplacement vertical du sol dus à une surcharge à la surface d'un modèle de Terre à symétrie sphérique, stratifié et élastique. Les résultats théoriques sont comparés aux valeurs numériques trouvées pour diverses charges à partir des sorties de modèles globaux. Nous évaluons la résolution et la précision des variations temporelles du contenu en eau du sol estimées par la mission de gravimétrie spatiale GRACE. Celles-ci sont comparées aux prédictions des variations saisonnières de plusieurs modèles hydrologiques. En Europe, la validation des mesures GRACE par les mesures des gravimètres du réseau GGP repose sur une analyse en composantes principales et met en évidence la sécheresse de l'été 2003. Les signatures gravitationnelles cosismique et postsismique associées au séisme de Sumatra (2004) sont extraites des données GRACE. Une modélisation de l'effet cosismique montre que la réponse statique de l'océan ne peut être négligée.

Mots-clés: gravimétrie, variations temporelles de gravité, GRACE, déplacement vertical, surcharges, hydrologie, cycle sismique, Sumatra, relaxation postsismique

Abstract

Ground and space gravity measurements: study of the ratio between gravity variation and vertical displacement and contribution of the GRACE space mission to the study of hydrological loadings and very large earthquakes.

We model the ratio between gravity variation and ground vertical displacement that are due to a load located at the surface of a stratified, spherically symmetric and elastic earth model. Theoretical results are compared to numerical values found for different loads by using outputs of global models. We assess the resolution and the accuracy of the temporal variations of the water content in the ground estimated by the GRACE space gravity mission. These are compared to the seasonal variations predicted by several hydrological models. In Europe, the validation of the GRACE measurements by those of the GGP network gravimeters is based on a principal component analysis and highlights the drought of summer 2003. The gravitational coseismic and postseismic signatures of the Sumatra earthquake (2004) are extracted from the GRACE data. A modelling of the coseismic effect shows that the static response of the ocean must not be neglected.

Key words: gravimetry, time variable gravity, GRACE, vertical displacement, loadings, hydrology, seismic cycle, Sumatra, postseismic relaxation

Remerciements

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse, Jacques Hinderer, pour m'avoir chaleureusement encadrée et conseillée au cours de ces années de doctorat. Son enthousiasme et son dynamisme m'ont particulièrement soutenue. Je le remercie aussi de m'avoir fortement incitée à publier mes résultats dans des revues scientifiques.

Je suis reconnaissante à Yves Rogister pour son intérêt et son implication dans mes travaux de recherche. J'ai particulièrement apprécié son approche rigoureuse des problèmes scientifiques et ses conseils toujours pertinents. Son aide à la rédaction des articles m'a été précieuse.

Je remercie chaleureusement Jean-Paul Boy pour son aide scientifique et technique, notamment dans le domaine informatique. Toujours disponible et prêt à rendre service, il m'a aidée à résoudre de nombreux problèmes avec l'entrain et la rapidité qui le caractérisent.

Un grand merci à Luis Rivera qui m'a consacré une partie de son temps et ouvert une porte inattendue sur l'étude des grands séismes par les modes propres. J'ai beaucoup apprécié sa volonté d'aller au fond des problèmes scientifiques et sa passion pour la recherche, sans oublier sa chaleur humaine.

Je souhaite remercier tous les membres de l'équipe de Dynamique Globale pour leur accueil: particulièrement, Bernard Luck, pour son humour et sa gentillesse, Hilaire Legros, Pascal Gégout et Séverine Rosat, pour leurs conseils scientifiques concernant la préparation de congrès ou la soutenance de la thèse, Jean-Jacques Schott, pour son intérêt amical, Martine Amalvict pour m'avoir introduite dans l'équipe lors du DEA, Aude Chambodut, pour ses explications sur les ondelettes et ses conseils amicaux.

Les remarques et conseils scientifiques de Nicolas Florsch ont toujours été très pertinents et m'ont permis de progresser. Je l'en remercie.

Je remercie Jean-Michel Lemoine, Richard Biancale et Sylvain Loyer d'avoir mis à ma disposition les solutions de champ de gravité du GRGS et d'avoir été disponibles pour me donner les renseignements scientifiques et techniques nécessaires à leur utilisation.

Je souhaite également remercier Pierre Briole, Richard Biancale, Jean-Jacques Lévêque, Olivier de Viron et David Crossley d'avoir accepté de juger mon travail de thèse. Merci en particulier à Jean-Jacques Lévêque pour ses remarques et conseils scientifiques fins et pertinents.

Monique Martiny et Caroline Lazarus ont contribué au bon déroulement des missions en France et à l'étranger. Je n'oublie pas non plus Binta Mesmacque pour son aide efficace et sa bonne humeur.

Un souvenir particulier concerne Janine Fischbach pour ses qualités d'écoute et sa gentillesse.

Enfin, je remercie chaleureusement mes amis, doctorants ou post-doctorants de l'IPGS, randonneurs, ou amis tout simplement, avec lesquels j'ai partagé petits bonheurs et périodes de doute au cours de ces années strasbourgeoises: Amélie Neuville, Bernard Durr, Eva Kucerova, Fatima Boumlik, Juan Ramirez, Mélanie Grob, Rosaria Tondi, Sana Amir, Valérie Calbini et Vera Bartholdy.

Table des matières

Résumé - Abstract	iii
Remerciements	v
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xvii
 Introduction générale	 1
 I Étude du rapport entre la variation de gravité et le déplacement vertical dus à une distribution de charges à la surface de la Terre	 9
1 Aspects théoriques du rapport	
A search for the ratio between gravity variation and vertical displacement due to a surface load (de Linage <i>et al.</i> , 2007, <i>GJI</i> , 171(3), 986-994)	11
Abstract	12
1.1 Introduction	12
1.2 Vertical displacement and gravity variation induced by a surface load	13
1.2.1 Vertical displacement	13
1.2.2 Gravity variation	14
1.2.3 Ratio between gravity variation and vertical displacement	15
1.3 Asymptotic limit of g^E/u	17
1.3.1 Interpretation of the limit in the plane approximation - Bouguer correction .	17
1.3.2 Numerical investigation of equivalent density $\tilde{\rho}$	18
1.4 Spectral mean value of g/u	20
1.4.1 Definition	22
1.4.2 Application to spherical caps	23
1.5 Conclusion	26
2 Investigation numérique du rapport	
Variability of the gravity-to-height ratio due to surface loads (de Linage <i>et al.</i> , <i>PAGEOPH</i> , accepté)	27
Abstract	28
2.1 Introduction	28
2.2 Theoretical aspects of the gravity-to-height ratio induced by a surface load	29
2.2.1 Vertical displacement and gravity variation	30
2.2.2 Ratio between gravity variation and vertical displacement	32
2.3 Numerical application with global models of time variable surface loads	35

2.3.1	Methodology	35
2.3.2	Description of the surface loads considered in this study	39
2.3.3	Results	42
2.4	Conclusion	50
Conclusion		52
II Apports de la mission de gravimétrie spatiale GRACE		55
1	La mission GRACE	57
1.1	Introduction	58
1.2	Présentation et objectifs de la mission GRACE	58
1.2.1	Bref historique de la gravimétrie spatiale	58
1.2.2	Généralités	59
1.2.3	Mesures	60
1.2.4	Corrections	61
1.3	Etude des solutions globales de champ de gravité	63
1.3.1	Principe	63
1.3.2	Solutions contraintes du GRGS	64
1.3.3	Solutions libres du CSR	65
1.3.4	Erreurs et résolution spatiale	67
1.4	Apports et limites de la contribution de GRACE à l'hydrologie globale	70
1.4.1	Fonctions de transfert pour l'hydrologie	70
1.4.2	Filtrage des solutions libres du CSR	77
1.4.3	Comparaison avec des modèles hydrologiques globaux	81
1.5	Conclusion	95
2	Variations de gravité et hydrologie en Europe	97
2.1	Introduction	98
2.2	Variations temporelles du contenu en eau observées par GRACE	98
2.2.1	Introduction	98
2.2.2	Traitement des données	99
2.2.3	Résultats	100
2.3	Problèmes liés à la comparaison entre données spatiales et terrestres	102
2.3.1	Résolutions spatiales et temporelles - Sensibilité aux effets locaux	103
2.3.2	Effet du déplacement vertical	105
2.4	Décomposition en EOF des différents résidus de gravité	111
2.4.1	Principe	111
2.4.2	Données et traitement	111
2.4.3	Résultats	112
2.4.4	Discussion	114
2.5	Conclusion	117
3	Signature gravitationnelle du séisme de Sumatra-Andaman	
Separation of coseismic and postseismic gravity changes for the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from 4.6 years of GRACE observations and modelling of the coseismic change by normal-modes summation (de Linage <i>et al.</i> , <i>GJI</i> , accepté)		119
Abstract		120
3.1	Introduction	120
3.2	Estimation of earthquake signature in GRACE gravity solutions	123

3.2.1	Methodology	123
3.2.2	Results	126
3.3	Modelling of the impact of global hydrology and oceanic circulation	136
3.4	Modelling of coseismic effect in gravity field	140
3.4.1	Theory	140
3.4.2	Numerics	141
3.4.3	Results	142
3.5	Comparison with previous studies and discussion	144
3.5.1	Coseismic effect	144
3.5.2	Postseismic effect	144
3.6	Conclusion	146
 Conclusion générale		 147
 Annexes		 153
A Inversion par moindres carrés généralisés		153
B Modélisation du déplacement vertical cosismique		155
C de Linage et al., <i>BIM</i> , 2006		157
Bibliographie		167

Table des figures

1	Répartition des différents processus géodynamiques produisant des variations de gravité mesurables, en fonction de leur période et de leur échelle spatiale. D'après Lambert <i>et al.</i> (2006).	2
2	Comparaison entre variations de gravité (gravimétrie absolue) et vitesses verticales (GPS) évaluées sur plus de 10 ans en 4 sites d'Amérique du Nord. D'après Lambert <i>et al.</i> (2006).	5
3	Comparaison entre variations de gravité (gravimétrie absolue) et vitesses verticales (GPS) évaluées sur 10 ans en différents sites de la zone de subduction des Cascades. D'après Mazzotti <i>et al.</i> (2007).	5
1.1	For the modified PREM model, total ratio g_n/u_n of the harmonic coefficients of the transfer functions of gravity and vertical displacement versus harmonic degree n , Newtonian attraction term g_n^N/u_n and elastic term g_n^E/u_n	16
1.2	Same as Fig. 1.1 for $g_n^{E,u}/u_n$, which is the free-air vertical gradient of gravity, and $g_n^{E,m}/u_n$, which is due to mass redistribution.	17
1.3	Ratio $g_n^{E,m}/u_n$ for different earth models and effect of a Bouguer plate of density 2500 kg m^{-3} , which is the density of the crust in the models.	19
1.4	Variation in the uppermost-80 km of the load numbers H'_n and K'_n for different harmonic degrees n and for a modified PREM with an incompressible or compressible crust.	21
1.5	Ratio g_n/u_n assuming that there is no local mass load.	23
1.6	Gravity variation, vertical displacement and their ratio induced by spherical caps as a function of the angular distance from the centre of the cap.	24
1.7	Decomposition of the total ratio g/u induced by spherical caps shown in Fig. 1.6 with respect to the different contributions: $g^{N,\text{local}}/u$, $g^{N,\text{global}}/u$, g^E/u and $(g^{N,\text{global}} + g^E)/u$	25
2.1	For the PREM model, total ratio g_n/u_n of the harmonic coefficients of the transfer functions of gravity and vertical displacement versus harmonic degree n , Newtonian attraction term g_n^N/u_n and elastic term g_n^E/u_n . The left- (resp. right-) hand panels correspond to the case where the surface is approached from above (resp. below). . .	33
2.2	Ratio g_n/u_n for no local mass load.	34
2.3	Gravity variation and vertical displacement computed for March 2000 from the prediction of the total water content (soil moisture and snow cover) by the LaD global hydrological model (Milly et Shmakin, 2002a).	36
2.4	Estimate of the g/u ratio by linear regression of gravity variation g versus vertical displacement u at a specific geographical location.	37
2.5	RMS of the monthly hydrological variations predicted by the LaD model from January 2000 to April 2004: soil moisture and snow cover versus soil moisture only. . .	38
2.6	Degree variance versus time of the total water content (soil moisture and snow cover) predicted by the LaD model.	39

2.7	RMS of the 3-hour surface-pressure variations predicted from January to June 2004 by the ECMWF model assuming the IB response of the oceans.	41
2.8	Degree variance versus time of the surface-pressure variations predicted by the ECMWF model assuming the IB response of the oceans.	41
2.9	Degree variance versus time of the water-height variations due to the M_2 and K_1 tidal waves.	42
2.10	Ratio g/u computed from January 2000 to April 2004 from the total water content predictions of the LaD model: soil moisture and snow cover versus soil moisture only.	43
2.11	Ratio g/u computed from January to June 2004 from the surface-pressure predictions of the ECMWF model assuming the IB response for the oceans.	45
2.12	Amplitude and phase of the ratio g/u for the M_2 and K_1 tidal waves computed from the TPX06 model.	47
2.13	Amplitude and phase of the gravity change g and vertical displacement u due the M_2 tidal wave.	48
2.14	Zoom of Fig. 2.12 for Europe.	49
2.15	Amplitude and phase of the M_2 and K_1 tidal waves along the coasts of Europe from the TPX06 model.	50
1.1	Spectres d'amplitude de l'erreur sur les composantes du champ de gravité en fonction de la demi-longueur d'onde pour les modèles EGM96, GRIM5-S1, EIGEN-CHAMP02S et EIGEN-CHAMP03Sp. D'après Reigber <i>et al.</i> (2005).	59
1.2	Les satellites jumeaux de la mission GRACE en orbite autour de la Terre et leurs liens de communication avec les satellites du système GPS et les stations au sol.	60
1.3	Variation de la distance entre les deux satellites jumeaux GRACE lors de leur passage au-dessus de l'Himalaya du sud vers le nord. D'après Reigber <i>et al.</i> (2005).	61
1.4	Comparaison de différentes estimations des variations temporelles du coefficient C_2^0 du champ de gravité.	65
1.5	Spectres d'amplitude des variations du potentiel exprimées en hauteur de géoïde en fonction du degré harmonique sur une période de 5 ans pour les solutions décennales du GRGS et pour les solutions mensuelles du CSR.	66
1.6	Distribution spatiale de l'erreur sur les estimations de hauteur d'eau moyennée sur 22 mois pour les solutions du CSR. Variation de l'erreur moyenne globale en fonction du degré de filtrage et du temps. D'après Wahr <i>et al.</i> (2006).	68
1.7	Erreurs formelles calibrées moyennes pour les solutions variables du GRGS en fonction de la latitude, pour différentes résolutions spatiales (Lemoine, communication personnelle).	68
1.8	Fonction de transfert de la gravité «sol». Décomposition de la gravité totale en l'effet Newtonien g_n^N et l'effet élastique g_n^E . Décomposition de l'effet élastique en l'effet à l'air libre $g_n^{E,u}$ et en l'effet de redistribution des masses $g_n^{E,m}$	71
1.9	Fonctions de transfert, par degré et par mm de hauteur d'eau équivalente, de différents observables: le géoïde et le déplacement vertical, la gravité «sol» et la gravité «satellite».	72
1.10	Densité spectrale d'énergie des variations de la charge hydrologique (humidité du sol + neige) prédites par le modèle LaD et de leur effet dans différents observables géodésiques: le géoïde, le déplacement vertical, la gravité «satellite» et la gravité «sol».	74
1.11	Energie cumulée à un degré n en fonction de n (exprimée en pourcentage de l'énergie totale) des variations de la charge hydrologique prédites par le modèle LaD et de leur effet dans différents observables géodésiques: le géoïde, le déplacement vertical, la gravité «satellite» et la gravité «sol».	75

1.12	Spectres d'amplitude des variations de la charge hydrologique restituées par GRACE: solutions décennales du GRGS et solutions mensuelles du CSR.	76
1.13	Comparaison entre différents filtrages dans les domaines spatial et spectral: troncature, fenêtre d'apodisation avec une fonction cosinus, filtre gaussien.	78
1.14	Effet du filtrage des solutions GRACE du CSR: spectres d'amplitude des variations de la charge hydrologique filtrée exprimée en hauteur d'eau équivalente.	80
1.15	Exemple des flux et unités de stockages pour le modèle LaD de Milly et Shmakin (2002a).	81
1.16	Comparaison entre les modèles hydrologiques globaux LaD, GLDAS et de l'ECMWF. Amplitude et retard de phase de la variation annuelle du contenu en eau du sol (humidité du sol + neige) estimée sur 3 ans (Avril 2002 - Avril 2005).	83
1.17	Moyenne et écart type non biaisé de la variation annuelle estimée à partir des sorties des modèles hydrologiques globaux de la figure 1.16.	85
1.18	Amplitude et retard de phase du signal annuel estimé à partir de 3 ans de solutions GRACE du GRGS.	88
1.19	Amplitude du signal annuel estimé à partir de 3 ans de solutions GRACE du CSR après différents filtrages.	88
1.20	RMS du résidu après ajustement de signaux annuel, semi-annuel, d'une constante et de l'alias de l'onde S_2 déduit de 3 ans de solutions GRACE après différents filtrages.	90
1.21	Amplitude et phase du signal annuel déduit de 3 ans d'estimations de modèles globaux (ECCO+GLDAS ou ECCO+ECMWF) après différents filtrages.	93
2.1	Masques de 16 bassins fluviaux d'Europe et domaine d'intégration des variations du contenu en eau estimées à partir des solutions GRACE.	99
2.2	Variations temporelles du contenu en eau dans le sous-sol intégrées sur les groupes de bassins représentés figure 2.1. Comparaison entre résidus GRACE et estimations des modèles GLDAS et de l'ECMWF.	101
2.3	Variations temporelles du contenu en eau dans le sous-sol et de la gravité «satellite» moyennées sur l'ensemble des bassins représenté figure 2.1 (à droite). Comparaison entre résidus GRACE et estimations des modèles GLDAS et de l'ECMWF.	102
2.4	Localisation de 7 stations gravimétriques du réseau GGP (Global Geodynamics Project) en Europe centrale en fonctionnement depuis le début de la mission GRACE.	104
2.5	Résidus 10 jours de gravité issus des mesures par les gravimètres supraconducteurs aux 7 stations du réseau GGP de la figure 2.4, regroupés en fonction de la situation des stations (enterrée ou non). Source: D. Crossley.	104
2.6	Comparaison des fonctions de transfert de la gravité «sol» et de la gravité «satellite».	106
2.7	Rapports g/u et $g^{E,u}/g$ calculés par régression linéaire à partir des prédictions mensuelles d'humidité du sol et de neige du modèle LaD sur la période janvier 2000 - avril 2004.	106
2.8	Estimations journalières SOPAC du déplacement vertical issues des mesures GPS aux stations de Medicina et de Wettzell et prédictions de la surcharge à partir des modèles de l'ECMWF et GLDAS. D'après Boy <i>et al.</i> (2005).	108
2.9	Amplitude et phase de la variation annuelle du déplacement vertical estimé en plusieurs stations GPS en Europe à partir soit des données GPS soit des solutions GRACE après filtrage gaussien de 500 km de rayon. D'après van Dam <i>et al.</i> (2007).	109
2.10	Comparaison des variations moyennes de gravité «sol» et «satellite» estimées à partir des solutions GRACE du GRGS.	110

2.11	Vecteur propre associé à la 1 ^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus mensuels de gravité issus des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP et interpolés sur la région considérée, en prenant en compte ou en excluant la station de Moxa.	113
2.12	Vecteur propre associé à la 1 ^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE (solutions du GRGS).	113
2.13	Vecteur propre associé à la 1 ^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE: solutions du CSR et du GFZ, après un filtrage passe-bas avec apodisation ou après filtrage gaussien.	115
2.14	1 ^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE, associée au vecteur propre de la figure 2.13: solutions du CSR et solutions du GFZ, après un filtrage passe-bas avec apodisation ou après un filtrage gaussien. La 1 ^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus 10 jours de gravité issus des mesures par les gravimètres du réseau GGP est superposée.	115
2.15	Comparaison entre la 1 ^{ère} composante principale des résidus de gravité GRACE du GRGS, les variations de la moyenne spatiale des résidus de gravité sur la zone d'étude et les variations du résidus de gravité au point situé au centre de la zone.	116
3.1	Time series of geoid height and gravity variations estimated from the GRACE 10-day global gravity solutions of the GRGS, total fitted signal by non-linear inversion, fitted linear trend before the earthquake and fitted postseismic exponential relaxation.	125
3.2	RMS of the residues of geoid height and gravity after inversion of the GRACE-GRGS gravity solutions.	127
3.3	Amplitude of the aliasing due to the S_2 ocean tidal wave in the GRACE-GRGS solutions.	127
3.4	Coseismic jump affecting the geoid and the gravity estimated from the GRACE gravity fields of GRGS and CSR after a spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30-50$ or a smoothing with a 350-km Gaussian filter.	129
3.5	A posteriori error on the coseismic jump affecting the geoid and the gravity from the GRGS solutions.	130
3.6	Total postseismic change and time constant of the postseismic relaxation affecting the geoid and the gravity estimated from the GRGS solutions.	131
3.7	A posteriori error on the time constant of the postseismic relaxation affecting the geoid and the gravity estimated from the GRGS solutions.	132
3.8	Total postseismic gravity change and time constant of the postseismic relaxation affecting the geoid and the gravity from the CSR-RL04 solutions after spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30-50$	134
3.9	Total postseismic gravity change and time constant of the postseismic relaxation affecting the geoid and the gravity from the CSR-RL04 solutions after smoothing with a 350-km Gaussian filter.	135
3.10	Permanent effect (coseismic + postseismic) 26 months after the earthquake affecting the geoid and the gravity from the GRACE gravity fields of GRGS and CSR after a spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30-50$ or a smoothing with a 350-km Gaussian filter.	137
3.11	Impact of global hydrology and oceanic circulation on the GRACE estimates of the coseismic and postseismic gravity changes. Estimated contribution on the coseismic jump and total postseismic gravity change from the ECMWF+ECCO and GLDAS+ECCO model combinations.	139

3.12	Modeled coseismic jump affecting the geoid and the gravity after spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30$ –50. The complete signature is obtained from the contribution of the solid Earth and the subsequent ocean mass redistribution. . .	143
B.1	Modélisation du déplacement vertical cosismique.	155

Liste des tableaux

1.1	Upper layers of a modified oceanless PREM model.	17
2.1	Mean ratios g/u and RMS computed for various continental areas from the total water-content (soil moisture and snow cover) predictions of the LaD model.	44
2.2	Mean ratios g/u and RMS computed for various continental areas from the soil-moisture predictions of the LaD model.	44
2.3	Mean ratios g/u and RMS computed for various continental areas from the surface-pressure predictions of the ECMWF model assuming the IB response of the oceans.	45
2.4	Mean amplitude and phase and corresponding RMS of the ratios g/u computed for all the continents and Europe for the M_2 , S_2 , K_1 and O_1 tidal waves from the TPX06 model.	47
1.1	Correspondance entre degré harmonique et résolution spatiale (i.e. demi-longueur d'onde).	59
1.2	Comparaison des modèles employés pour modéliser les forces gravitationnelles et leurs variations temporelles.	62
1.3	Pour différents observables, degré harmonique n atteint lorsque l'énergie cumulée à ce degré est égale à 90% de l'énergie totale et énergie cumulée au degré $n = 30$ en pourcentage de l'énergie totale.	73
1.4	Comparaison entre les modèles hydrologiques globaux LaD, GLDAS et de l'ECMWF: cas de la variation annuelle.	85
1.5	Comparaison de l'amplitude et de la phase de la variation annuelle estimée à partir des solutions GRACE du GRGS et du CSR après différents filtrages. Moyennes spatiales sur différents domaines.	89
1.6	Comparaison du RMS du résidu après l'ajustement de signaux annuel, semi-annuel, d'une constante et de l'alias de l'onde S_2 pour les différentes solutions GRACE.	91
1.7	Moyennes spatiales de l'amplitude et de la phase de la variation annuelle pour les deux combinaisons de modèles globaux après différents filtrages.	92
2.1	Comparaison des résolutions spatiale et temporelle des résidus de gravité estimés à partir des mesures terrestres (par des gravimètres supraconducteurs) ou spatiales (GRACE).	103
3.1	Comparison of the present work to previous studies.	122

Introduction générale

Les mesures de gravité — effectuées à terre par des gravimètres ou à plusieurs centaines de kilomètres d'altitude par des satellites — et les mesures du déplacement vertical de la surface terrestre reflètent les effets de multiples sources géophysiques comme les marées terrestres, les surcharges hydrologique, atmosphérique et océanique, la relaxation visqueuse du manteau terrestre liée à la dernière déglaciation (ou rebond post-glaciaire), les mouvements tectoniques (principalement les subsidences ou les surrections) et les séismes. Ces multiples sources se distinguent par des échelles spatio-temporelles différentes (figure 1). Par exemple, dans le domaine temporel, l'effet de la surcharge due aux marées océaniques s'exerce principalement à des périodes de quelques heures alors que la relaxation visqueuse du manteau consécutive à la dernière déglaciation se déroule sur plusieurs milliers d'années.

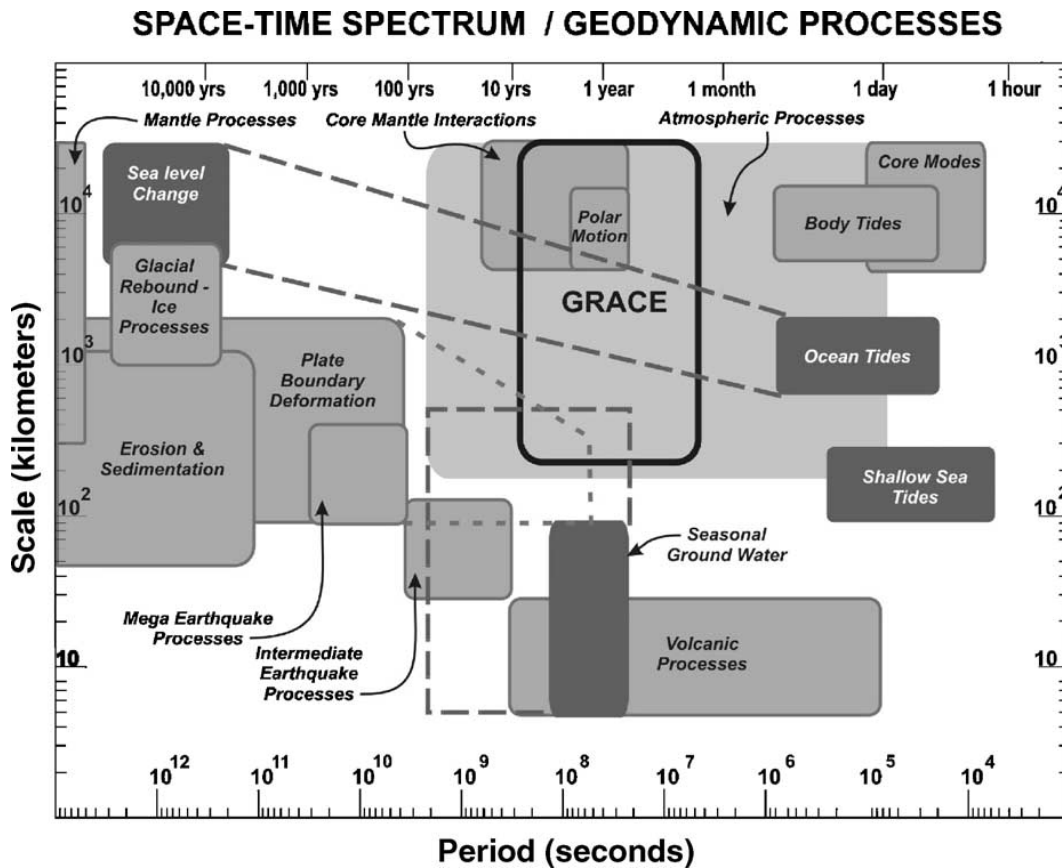


FIG. 1 – Répartition des différents processus géodynamiques produisant des variations de gravité mesurables, en fonction de leur période (axe horizontal) et de leur échelle spatiale (axe vertical). D'après Lambert et al. (2006).

Cependant, il n'est pas toujours aisé de séparer les différentes sources dans les séries temporelles, certaines fréquences pouvant être communes à plusieurs phénomènes. Ainsi, la pression atmosphérique et le contenu en eau du sol ont de fortes variations annuelles. De plus, la longueur des séries temporelles ne permet pas toujours une bonne séparation des effets à long terme des effets à plus courte période. Blewitt et Lavallée (2002) montrent l'impact des signaux annuels sur l'estimation des vitesses géodésiques issues des mesures GPS^a lorsque la longueur de la série temporelle est inférieure à 4.5 ans. Sato *et al.* (2006) tentent de séparer l'effet de la déglaciation actuelle de l'effet du rebond post-glaciaire dans les mesures terrestres des variations de gravité et de déplacement

a. «Global Positioning System»

vertical.

Alors qu'il s'avère parfois difficile de séparer les différentes sources géophysiques dans un seul observable sans avoir recours à des modèles, la combinaison des mesures de gravité et des mesures de déplacement vertical apporte des contraintes pour l'interprétation des causes de la déformation. En effet, les mesures de gravité apportent une information supplémentaire par rapport à l'observation purement géométrique du déplacement vertical du sol: elles donnent accès aux redistributions de masse, à l'intérieur ou à la surface de la Terre, élastiques ou visqueuses.

Rapport entre variation de gravité et déplacement vertical mesurés à la surface de la Terre

Le rapport entre variation de gravité mesurée à terre et déplacement vertical (noté $\Delta g/\Delta h$) est souvent calculé et comparé à des valeurs théoriques bien connues:

- $-0.3086 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ ^b, le gradient à l'air libre moyen à la surface de la Terre,
- $-0.1967 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, le gradient de Bouguer pour une densité de croûte continentale égale à 2.6,
- $-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (ou $6.5 \text{ mm } \mu\text{Gal}^{-1}$), la valeur du rapport dans le cas de la relaxation visqueuse du manteau terrestre (Wahr *et al.*, 1995; Fang et Hager, 2001).

Barnes (1966) et Ekman et Mäkinen (1996) considèrent que les deux premières valeurs délimitent l'intervalle des valeurs possibles pour $\Delta g/\Delta h$. Ils donnent à chaque cas limite une interprétation géodynamique:

- le gradient à l'air libre permet de calculer l'effet du déplacement vertical dans le champ de pesanteur initial pour tout type de déformation. Il est ainsi possible de séparer l'effet géométrique de l'effet gravitationnel, dû à la redistribution des masses. Celle-ci est nulle dans le cas d'une décompression (ou dilatation) pure, sans variation de la masse totale de la colonne de Terre située au-dessous du point étudié. Le rapport $\Delta g/\Delta h$ est alors égal à $-0.3086 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. Dans le cas de l'isostasie, ce cas correspond au modèle de Pratt.
- le gradient de Bouguer est invoqué lorsque le soulèvement de la surface est compensé par un apport de masse provenant du manteau supérieur, comme dans le modèle isostatique d'Airy. A cause de l'attraction de ces masses, on obtient alors une valeur absolue du gradient plus faible que celle du gradient à l'air libre.

Tout écart au gradient à l'air libre est alors expliqué par un afflux de masse en profondeur (Barnes, 1966; Ekman et Mäkinen, 1996; Ballu *et al.*, 2003).

Cependant, l'interprétation en terme de gradient de Bouguer est trop simplificatrice car elle ne tient pas compte de l'aspect sphérique et stratifié de la Terre. Elle n'est valable que pour un espace semi-infini et homogène de densité égale à 2.6.

Dans le cas de la relaxation visqueuse du manteau, la valeur de $-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ est utilisée comme référence pour caractériser le rapport entre les variations de gravité et de déplacement vertical, obtenu asymptotiquement après un temps d'ajustement de plusieurs milliers années. Cette valeur caractéristique a été trouvée numériquement en utilisant un modèle de Terre réaliste (notamment sphérique et stratifié) et en testant différents modèles de déglaciation et différents profils de viscosité dans le manteau terrestre Wahr *et al.* (1995) et a été confirmée théoriquement par Fang et Hager (2001). Elle est la somme de l'effet à l'air libre ($-0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) et de l'effet de la redistribution visqueuse des masses dans le manteau ($+0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). Elle peut ainsi être utilisée pour séparer l'effet de la déglaciation actuelle de l'effet du rebond post-glaciaire d'après la méthode proposée par Wahr *et al.* (1995).

Les observations du rapport $\Delta g/\Delta h$ dans divers contextes géodynamiques donnent des valeurs très différentes comme l'a montré Jachens (1978), par exemple. L'amélioration des performances

b. $1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m s}^{-2}$

des instruments (utilisation de gravimètres absolus ne présentant pas de dérive ou de gravimètres supraconducteurs plus sensibles que les gravimètres relatifs de terrain), l'augmentation des durées d'observation et de la répétitivité des mesures (GPS continu), ont permis d'affiner les valeurs observées du rapport et d'ôter des biais dus aux effets saisonniers ou interannuels.

Ainsi, les variations de gravité et les vitesses verticales observées en 4 sites d'Amérique du Nord pendant plus de 10 ans donnent un rapport de $-0.18 \pm 0.03 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (figure 2) très proche de la valeur prédite pour le rebond post-glaciaire. La prise en compte d'un signal interannuel a permis d'ôter le biais existant sur les précédentes estimations des variations de gravité et donc d'améliorer l'estimation du rapport (Lambert *et al.*, 2001, 2006). Ces résultats confirment ceux de Larson et van Dam (2000) obtenus dans la même région sur de plus courtes durées d'observation.

Dans le contexte tectonique de la zone de subduction des Cascades située à l'Ouest du Canada et des États-Unis (figure 3), le rapport $\Delta g/\Delta h$ observé est égal à $-0.24 \pm 0.13 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, proche de la valeur de $-0.19 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ prédite par un modèle caractérisant la tectonique régionale (Mazzotti *et al.*, 2007). Il a été estimé à partir de 10 ans de mesures de gravimétrie absolue et de déplacement vertical en 4 sites.

La régression linéaire entre les variations de gravité et les vitesses verticales permet aussi de mettre en évidence un biais (cas où la droite de régression ne passe pas par l'origine, voir figure 3). Une indétermination existe alors quant à l'observable en cause (gravité ou déplacement vertical) et son origine (effet de système de référence, apport ou perte de masse additionnelle). Les mesures de gravité sont des mesures physiques indépendantes de tout repère. Les mesures de position et de vitesse dépendent quant à elles d'un système de référence géométrique déterminé par la position de stations géodésiques de référence tel l'ITRF 2005 (Altamimi *et al.*, 2007). Ce système de référence peut être affecté par des variations saisonnière et séculaire. De plus, on ne connaît pas précisément la position de l'origine de ce système de référence par rapport au centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides}. La recherche d'un biais systématique sur des stations co-localisées (GPS et gravimétrie) de part le monde permet de déterminer la vitesse de translation entre les deux repères (Plag *et al.*, 2007).

Dans le cas de déformations élastiques dues à des charges à la surface de la Terre, Richter *et al.* (2004) ont mis en relation les variations de gravité et les vitesses verticales observées sur environ 5 ans aux stations de Wettzell (Allemagne) et Medicina (Italie), après correction des effets de marées, de pression atmosphérique et des effets hydrologiques saisonniers grâce à des modèles globaux et des données locales. Le rapport trouvé est égal à $-0.16 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ à Wettzell et $-0.17 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ à Medicina. Des variations interannuelles de l'hydrologie régionale sont invoquées pour expliquer ces variations.

Le rapport $\Delta g/\Delta h$ a donc été bien étudié dans le cas de la relaxation visqueuse du manteau. Sa valeur théorique, calculée pour un modèle de Terre réaliste (sphérique et stratifié) a été confirmée par les observations. Nous nous intéresserons donc dans cette thèse au rapport $\Delta g/\Delta h$ dans le cas de déformations élastiques induites par des charges à la surface de la Terre. En effet, ces dernières produisent des signaux mesurables avec les instruments actuels, que ce soient les gravimètres absolus (Nicolas *et al.*, 2006), les gravimètres supraconducteurs (Boy et Hinderer, 2006) ou le système GPS (Dong *et al.*, 2002; Bevis *et al.*, 2005; Gégout *et al.*, 2007).

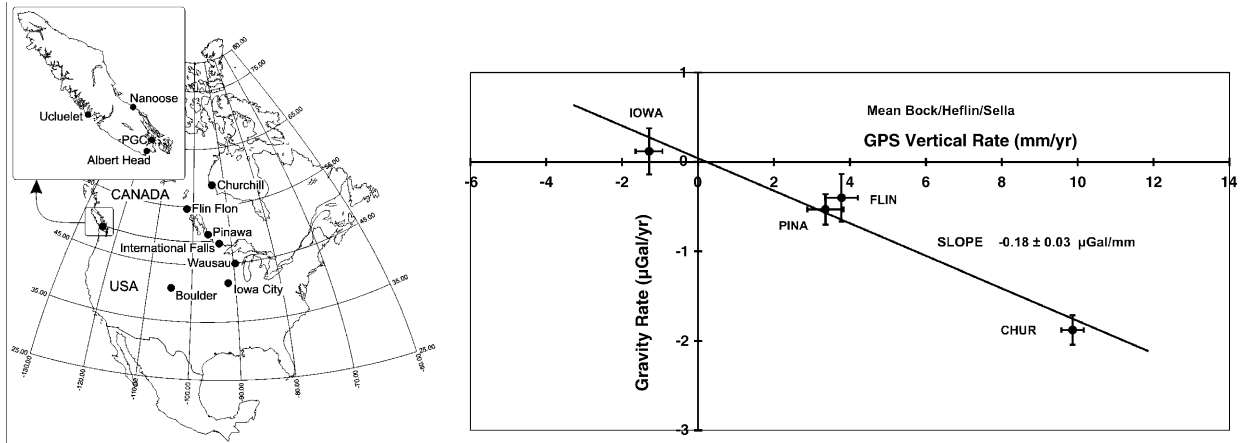


FIG. 2 – Comparaison entre variations de gravité (gravimétrie absolue) et vitesses verticales (GPS) évaluées sur plus de 10 ans en 4 sites d'Amérique du Nord indiqués sur la carte. Les points s'alignent bien le long d'une droite de pente $-0.18 \pm 0.03 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ donnant la valeur observée du rapport $\Delta g/\Delta h$ et passant par l'origine. Un très bon accord est ainsi obtenu entre observation et prédiction ($-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) du rapport. D'après Lambert et al. (2006).

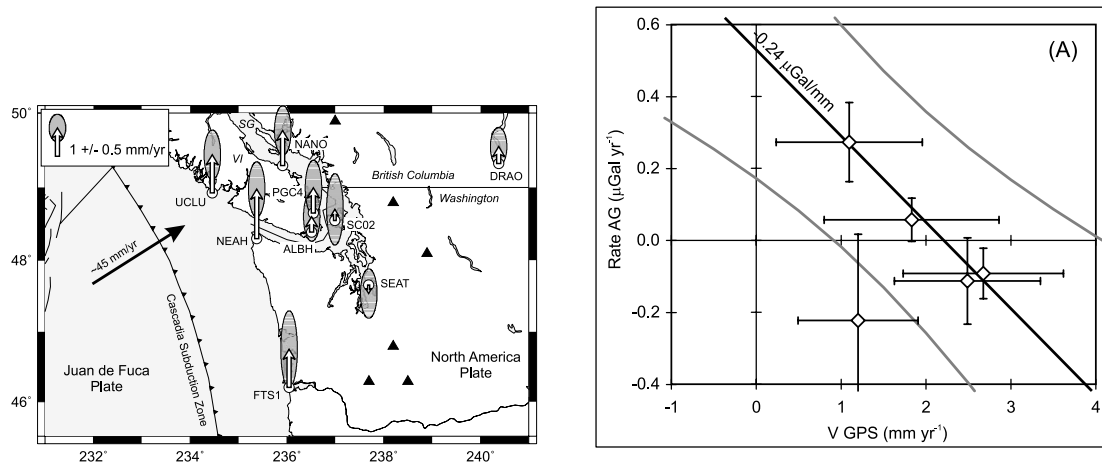


FIG. 3 – Comparaison entre variations de gravité (gravimétrie absolue) et vitesses verticales (GPS) évaluées sur 10 ans en différents sites de la zone de subduction des Cascades. La droite de pente $-0.24 \pm 0.13 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ explique le mieux les observations à 4 stations (la 5^{ème} station n'a pas été prise en compte dans la régression linéaire). Les courbes grises donnent l'intervalle de confiance à 95%. D'après Mazzotti et al. (2007).

Apport de la mission de gravimétrie spatiale GRACE

Nous avons étendu notre sujet de thèse à l'étude des variations de gravité issues de la mission spatiale GRACE^c. Cette mission a été lancée en avril 2002 et fournit, pour la première fois dans l'histoire de la gravimétrie spatiale, des solutions de champ gravitationnel à l'échelle globale variable dans le temps, sur des intervalles de 10 à 30 jours et à une résolution maximale de 400 km (Tapley *et al.*, 2004). Les variations estimées du champ gravitationnel reflètent les variations du stock d'eau sur les continents, les variations de masse des calottes polaires et des glaciers, la circulation océanique, les redistributions de masses dues aux séismes, l'effet du rebond post-glaciaire... Ces nouvelles données ont permis de nombreuses études, notamment dans les domaines de l'hydrologie (p. ex. Wahr *et al.*, 2004; Ramillien *et al.*, 2005; Swenson *et al.*, 2006), de la surveillance des calottes glaciaires du Groenland et de l'Antarctique (Velicogna et Wahr, 2005; Luthcke *et al.*, 2006a; Velicogna et Wahr, 2006; Ramillien *et al.*, 2006) ou encore de la sismologie, avec la première détection de l'effet d'un séisme dans des données de gravimétrie spatiale (p. ex. Han *et al.*, 2006; Panet *et al.*, 2007).

L'intérêt de ces nouvelles données est qu'elles couvrent la Terre entière. Cependant, elles se caractérisent par un certain niveau de bruit limitant leur résolution spatiale. Différentes stratégies concernent l'inversion des mesures GRACE: celle-ci peut être globale (p. ex. Bettadpur, 2007; Lemoine *et al.*, 2007) ou régionale (Han *et al.*, 2005; Rowlands *et al.*, 2005), contrainte par un *a priori* (Lemoine *et al.*, 2007) ou libre (p. ex. Bettadpur, 2007). Les solutions de champ gravitationnel obtenues présentent des niveaux de bruit différents selon la méthode de traitement employée. Un filtrage est souvent nécessaire pour limiter ce bruit, notamment aux courtes longueurs d'onde du champ. Il est important de bien estimer le niveau de bruit de ces solutions avant toute interprétation géophysique.

Les données de gravimétrie spatiale de la mission GRACE peuvent être comparées à des données de gravité issues de mesures par des gravimètres absolus ou supraconducteurs car ces deux types de données reflètent les redistributions de masse à la surface de la Terre et les variations du champ gravitationnel de la Terre déformée. En Europe, il existe une opportunité pour une expérience de validation des données GRACE par les données des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP^d enregistrant les variations de gravité en continu depuis le début de la mission GRACE (Andersen *et al.*, 2005; Hinderer *et al.*, 2006; Crossley *et al.*, 2006).

Les redistributions statiques de masse en surface et en profondeur créées par les séismes de très forte magnitude sont détectables par les satellites GRACE (Sun et Okubo, 2004b,a). Elles sont particulièrement importantes pour des séismes donnant des déformations verticales permanentes de la surface terrestre. Le séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004, de part son mécanisme au foyer (ayant une composante en faille inverse) et l'ampleur de la zone de rupture, a fortement marqué la série temporelle du champ gravitationnel dans la région de Sumatra. La séparation entre les différentes sources géophysiques (i.e. l'hydrosphère et la Terre solide) et les différents effets (cosismique et postsismique) est cependant nécessaire afin d'éviter toute contamination mutuelle.

c. «Gravity Recovery And Climate Experiment»

d. «Global Geodynamics Project»

Plan de la thèse

Dans la 1^{ère} partie, formée par deux articles (l'un publié en 2007 dans le *Geophysical Journal International*, l'autre accepté pour publication dans *Pure and Applied Geophysics*), nous étudions le rapport $\Delta g/\Delta h$ dans le cas de distributions de charge à la surface d'un modèle de Terre élastique à symétrie sphérique, stratifié radialement et sans rotation. Notre approche est avant tout théorique et numérique. Nous n'utilisons pas d'observations du rapport $\Delta g/\Delta h$.

Dans le chapitre 1, nous étudions le rapport des fonctions de transfert en gravité et en déplacement vertical dans le domaine spectral (au sens des harmoniques sphériques) ce qui permet de déduire des propriétés indépendantes des caractéristiques de la source. Le rapport est décomposé en différentes contributions: effet à l'air libre, effet d'attraction de la charge locale, effet d'attraction des charges distantes, effet de redistribution des masses à l'intérieur de la Terre. La sensibilité de chaque contribution vis-à-vis du degré harmonique est étudiée dans le but de trouver un rapport indépendant du contenu spectral de la charge. Nous nous intéressons aussi à la limite asymptotique, c'est-à-dire pour les hauts degrés harmoniques, de la partie élastique du rapport (somme de l'effet à l'air libre et de l'effet de redistribution des masses) qui permet de relier l'approximation sphérique à l'approximation plane, *via* l'interprétation en terme de gradient de Bouguer. La valeur de cette limite est calculée pour différents modèles de Terre, en testant en particulier l'influence de la compressibilité. Enfin, nous calculons le rapport dans le domaine spatial, pour des calottes sphériques, afin de vérifier les résultats déduits de l'étude spectrale.

Dans le chapitre 2, après un rappel des aspects théoriques, nous modélisons le rapport $\Delta g/\Delta h$ pour différentes charges variables dans le temps et distribuées à l'échelle globale, calculées à partir des sorties de modèles globaux. Les charges étudiées sont l'hydrologie continentale (contenu en eau des sols et couverture neigeuse), la pression atmosphérique et les marées océaniques diurnes et semi-diurnes. Pour chaque type de charge, nous calculons un rapport indépendant de la fréquence des phénomènes (i.e. une admittance) mais variable spatialement. Notre but est d'étudier la variabilité spatiale de ce rapport, de retrouver les propriétés prédites par l'étude spectrale ainsi que de relier la valeur moyenne spatiale du rapport à une ou plusieurs échelles spatiales caractéristiques de la charge.

Dans la 2^{ème} partie, on étudiera les solutions de champ gravitationnel variable issues de la mission GRACE dans différents contextes.

Dans le chapitre 1, deux types de solutions globales de champ gravitationnel sont analysés et comparés, notamment leurs niveaux de bruit. Différents filtrages permettant de réduire ce bruit sont proposés et comparés dans les domaines spectral et spatial. Les estimations des variations saisonnières à partir de ces champs sont comparées aux estimations des modèles hydrologiques sur l'ensemble des continents. Les fonctions de transfert de la Terre pour une charge superficielle sont données dans différents observables. Leurs différentes sensibilités aux longueurs d'onde spatiales de la charge sont mises en évidence.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude des variations annuelles et interannuelles du stock d'eau sur des bassins hydrologiques européens à l'aide de modèles hydrologiques globaux, de données de gravimétrie spatiale (GRACE) et de données terrestres de gravité (gravimètres supraconducteurs du réseau GGP). Nous mettrons en évidence les problèmes de la comparaison entre les données spatiales et les données terrestres et discuterons, résultats à l'appui, l'intérêt d'une décomposition en composantes principales (EOF^e) des données de gravité terrestres.

Le chapitre 3 consiste en un article soumis au *Geophysical Journal International*. Il concerne l'estimation de la signature gravitationnelle du séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004 à partir des données GRACE. Lors de l'inversion de ces données, nous prenons bien soin d'estimer les autres sources (variations saisonnières de l'hydrologie, aliasing d'ondes de marées océaniques) afin

e. «Empirical Orthogonal Functions»

d'éviter toute contamination du signal sismique. La contamination due aux variations interannuelles de l'hydrologie et de la circulation océanique est estimée séparément à partir de modèles. De plus, un soin particulier est apporté à la séparation des effets cosismique et postsismique. Nous modélisons la signature gravitationnelle cosismique à partir d'un modèle de la rupture et d'un modèle de Terre réaliste à symétrie sphérique, stratifié, élastique, sans rotation et isotrope, et en modélisant en outre la réponse statique de l'océan.

Première partie

Étude du rapport entre la variation
de gravité et le déplacement vertical
dus à une distribution de charges à la
surface de la Terre

Chapitre 1

Aspects théoriques du rapport

Le contenu de ce chapitre a été publié en 2007 dans le *Geophysical Journal International* (volume 171, numéro 3, pages 986-994), sous le titre:

«**A search for the ratio between gravity variation and vertical displacement due to a surface load**».

Auteurs: C. de Linage, J. Hinderer et Y. Rogister.

Nous nous intéressons au rapport $\Delta g/\Delta h$ entre variation de gravité et déplacement vertical de la surface dans le cas d'une variation de la distribution de charges (ou surcharge) à la surface d'un modèle de Terre à symétrie sphérique, stratifié, élastique et sans rotation. Le calcul des déformations d'un tel modèle de Terre dues à une surcharge fait intervenir les nombres de Love de surcharge: ceux-ci caractérisent la réponse à une charge ponctuelle ou fonction de Green (Farrell, 1972).

Le but de cette étude est de comprendre les caractéristiques du rapport $\Delta g/\Delta h$ en utilisant des sources harmoniques, c'est-à-dire dont le spectre de la décomposition sur la base des harmoniques sphériques ne contient de l'énergie qu'à un seul degré harmonique n . Nous étudions donc pour chaque degré le rapport des composantes de degré n de la variation de gravité et du déplacement vertical. Du fait de la non-linéarité du rapport $\Delta g/\Delta h$ vis-à-vis de la source, cette approche ne donne pas accès à la fonction de Green du rapport, autrement dit aux composantes de degré n de $\Delta g/\Delta h$. Une telle approche permet néanmoins de simplifier fortement l'étude théorique du rapport.

Le rapport $\Delta g/\Delta h$ est décomposé en un effet élastique (somme des effets du déplacement vertical et de la redistribution des masses à l'intérieur de la Terre) et un effet d'attraction newtonienne (somme des effets d'attraction de la charge locale et des charges distantes). Nous retrouvons des valeurs bien connues du rapport, comme le gradient à l'air libre ($-0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) et le gradient de Bouguer ($-0.20 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). Ainsi, en utilisant différents modèles de Terre, nous montrons que la valeur asymptotique de la partie élastique du rapport est égale au gradient de Bouguer à condition que la dernière couche du modèle de Terre soit incompressible, ce qui permet de relier le cas sphérique à l'approximation plane. L'étude de la sensibilité de chaque contribution vis-à-vis du degré harmonique montre une sensibilité croissant avec le degré de la charge via le terme d'attraction de la charge locale. Ceci permet de prédire une forte variabilité spatiale du rapport à l'intérieur des masses traduisant la variabilité spatiale de la source. Si on omet le terme d'attraction de la charge locale, le rapport des composantes de degré n de la variation de gravité et du déplacement vertical dépend peu du degré pour $n \gtrsim 6$. On peut alors définir et calculer une moyenne spectrale égale à $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ donnant une assez bonne approximation du rapport $\Delta g/\Delta h$ à l'extérieur des masses. Ce résultat est vérifié à 20% près dans le domaine spatial pour des calottes sphériques de taille variable.

Abstract

We study the ratio between the gravity variation and vertical displacement at the surface of a self-gravitating spherical elastic earth model when a load is applied at the surface. By expanding both the gravity variation and vertical displacement in series of spherical harmonics, we investigate the spectral behaviour of the ratio of the harmonic components of the gravity variation and vertical displacement. Special attention is paid to the asymptotic limit, that is, for large degrees, and to the mean value for a given degree range, without considering the spectral properties of the load itself. First, we split the gravity variation into two parts: the first term stems from the direct attraction of the load, the second one is due to the elastic deformation of the model. The origin of the second term is twofold: the surface is displaced in the Earth's gravity field and the position of the Earth's mass particles is changed. The ratio between the gravity variation associated to the displacement of the surface and this displacement is the well-known free-air gradient of $-0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. We show, by considering different earth models, that the ratio between the harmonic components of the elastic gravity variation (i.e. mass redistribution and free-air effect) and the corresponding components of the vertical displacement tends to the Bouguer corrected gradient of $-0.20 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ when both the harmonic degree n of the components is very large and the top layer of the earth model is incompressible. Second, we compute, for each n , the ratio of the components of the gravity variation and those of the vertical displacement omitting the local Newtonian attraction term. Whereas it weakly depends on n for $n \lesssim 6$, it is nearly constant for $n \gtrsim 6$. By defining an average value for those ratios, we obtain a fairly good approximation of the ratio between the total gravity variation and vertical displacement, only valid outside the loaded area, which is $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. Finally, to check out our spectral result, we consider the loading effect of spherical caps of various angular apertures. We find a mean value of $-0.21 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ outside the loaded area which is by 20 per cent in agreement with our spectral result.

1.1 Introduction

It is well known that combining gravity and elevation changes is a powerful tool to interpret the physical processes underlying the vertical crustal deformation (e.g., Jachens, 1978). Similarly, repeated gravity measurements are used as a tool to detect height changes (Niebauer et al., 1986; Zerbini et al., 2001, 2004; Richter et al., 2004). In fact, using both techniques together is the only way to discriminate between the gravity change due to the vertical displacement from the mass redistribution contribution (Ballu et al., 2003). The ratio g/u between the variations of gravity and height, which is sometimes denoted by $\Delta g/\Delta h$, is almost constant for some specific mechanisms, for instance the viscous postglacial rebound, as shown by theoretical considerations (Wahr et al., 1995; James and Ivins, 1998; Fang and Hager, 2001) and indeed observed (Ekman and Mäkinen, 1996; Lambert et al., 2001). It is also worth studying for coseismic deformations (Barnes, 1966; Tanaka et al., 2001) or deformations having a tectonic origin (Karner and Watts, 1983). Moreover, it gives a better insight into the physical mechanisms by taking into account the mass transfer effects. Surface loading due to various phenomena at the Earth's surface, like ocean tides, continental soil moisture, or present-day ice melting, also simultaneously induces an elastic deformation of the Earth and alters gravity, which leads to large g/u values when a Newtonian direct attraction is present (de Linage et al., 2006). The most classical ratio is the free air gradient close to $-0.3 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which corresponds to a pure geometrical effect without any mass transfer. A modified version is the so-called Bouguer corrected gradient close to $-0.2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ where the mass effect due to surface density is taken into account and reduces the free air term. This Bouguer effect is in general considered in the plane approximation.

We will investigate in this paper how we can relate the g/u ratio of the elastic deformation of a self-gravitating spherical earth model due to a surface loading to the free-air gradient of

-0.3 $\mu\text{Gal mm}^{-1}$ or the Bouguer corrected gradient of -0.2 $\mu\text{Gal mm}^{-1}$. We will also investigate the relevance of determining a mean ratio between vertical displacement and gravity in the case of surface loads. In Section 1.2, we split the g/u ratio into different contributions and study their sensitivity to the harmonic degree. Then we focus in Section 1.3 on the asymptotic limit of the elastic part of the ratio and discuss its interpretation as a special kind of Bouguer correction for different earth models. Finally, in Section 1.4, we propose a mean value for g/u in the spectral domain, omitting the direct attraction of the local mass, and test it in the spatial domain using spherical caps.

1.2 Vertical displacement and gravity variation induced by a surface load

We consider a load distribution σ at the Earth's surface that can be written at a point of colatitude θ and longitude λ as a series of spherical harmonics $Y_n^m(\theta, \lambda)$ of degree n and order m :

$$\sigma(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda) \quad (1.1)$$

and we study the static response of a spherically symmetric, non-rotating, elastically isotropic (SNREI) earth model to this loading. We describe the vertical displacement and gravity variation in Sections 1.2.1 and 1.2.2, respectively.

1.2.1 Vertical displacement

In the spatial domain, the Earth's deformation is given by the spatial convolution between the load and a specific Green's function. The vertical displacement u at the Earth's surface induced by the load σ can be written:

$$u(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n u_n^m \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda), \quad (1.2)$$

where u_n^m is the degree n , order m component of the transfer function of the vertical displacement. By convention, u is positive upwards. Since u_n^m does actually not depend on m for a spherical model,

$$u(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \sigma_n(\theta, \lambda), \quad (1.3)$$

where $u_n = u_n^m$ and $\sigma_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=-n}^n \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda)$.

For a point mass load located at the pole of a sphere of radius a , we have

$$\sigma_n = \frac{(2n+1)}{4\pi a^2}. \quad (1.4)$$

Therefore, u_n is obtained by dividing the degree n term of the corresponding Green's function (Farrell, 1972) by σ_n :

$$u_n = \frac{3}{\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} h'_n, \quad (1.5)$$

where h'_n is the vertical elastic load Love number of degree n and $\bar{\rho}$ is the Earth's mean density. u_n is a decreasing function of n that tends to zero as n tends to infinity. It is mainly sensitive to the low degrees of the source, that is, to its large spatial wavelengths.

1.2.2 Gravity variation

As for the vertical displacement, the variation of the surface gravity g induced by the load σ can be written

$$g(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \sigma_n(\theta, \lambda), \quad (1.6)$$

where g_n is the degree n term of the transfer function of the gravity variation. By convention, g is positive downwards. Note that g stands for a variation and not for the absolute gravity value. Both in the spatial and spectral domains, the gravity variation can be split into different contributions:

$$g(\theta, \lambda) = g^N + g^E \quad (1.7)$$

in the spatial domain and

$$g_n = g_n^N + g_n^E \quad (1.8)$$

in the spectral domain. The Newtonian attraction g^N is the direct attraction of the load and the elastic term g^E is an indirect effect due to Earth's elasticity. g^N itself is then decomposed into two terms: $g^{N, \text{local}}$ is due to the mass located at (θ, λ) and $g^{N, \text{global}}$ is due to the lateral contribution of the load. $g^{N, \text{local}}$ corresponds, in the spatial domain, to the convolution of a delta function with the load. g^E is also split into two terms: $g^{E, u}$ is the free-air effect, which corresponds to the vertical displacement of the Earth's surface in the initial gravity field, and $g^{E, m}$, which is due to the mass redistribution inside the Earth. Consequently,

$$g(\theta, \lambda) = g^{N, \text{global}} + g^{N, \text{local}} + g^{E, u} + g^{E, m} \quad (1.9)$$

and, of course,

$$g_n = g_n^{N, \text{global}} + g_n^{N, \text{local}} + g_n^{E, u} + g_n^{E, m}. \quad (1.10)$$

Merriam (1980) computes the gravitational perturbation due to a surface load using a harmonic approach. Adapting his results to our notation, we have:

$$\begin{pmatrix} g_n^{N, \text{global}} \\ g_n^{E, u} \\ g_n^{E, m} \end{pmatrix} = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2h'_n \\ -(n+1)k'_n \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

where k'_n is the gravitational elastic load Love number of degree n , a is the Earth's mean radius and g_0 is the gravity at the surface of a spherical earth model of radius a and mean density $\bar{\rho}$. Summing $g_n^{E, u}$ and $g_n^{E, m}$, we obtain the elastic term g_n^E of eq. (1.8):

$$g_n^E = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{2h'_n - (n+1)k'_n}{2n+1}. \quad (1.12)$$

$g_n^{N, \text{local}}$ is discontinuous at the loaded surface. We have to distinguish the two cases (Merriam, 1980):

- If the surface is approached from below, that is, $r \rightarrow a^-$,

$$g_n^{N, \text{local}} = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n + \frac{1}{2}}{2n+1} = -2\pi G, \quad (1.13)$$

where we have used the relation $3g_0/a\bar{\rho} = 4\pi G$, G being the universal constant of gravitation. Consequently, we obtain for g_n^N :

$$g_n^N = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n}{2n+1}, \quad (1.14)$$

which can be found by dividing the degree n term of the corresponding Green's function (Farrell, 1972; Spratt, 1982) by $(2n+1)/4\pi a^2$;

- If the surface is approached from above, that is, $r \rightarrow a^+$, we can similarly find

$$g_n^{N, \text{local}} = \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n + \frac{1}{2}}{2n + 1} = 2\pi G \quad (1.15)$$

and

$$g_n^N = \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n + 1}{2n + 1}. \quad (1.16)$$

The Newtonian attraction g_n^N , given by eqs. (1.14) or (1.16), explicitly depends on n . The term g_n^E , given by eq. (1.12) is not only an explicit function of n : it implicitly depends on n through h'_n and k'_n , which are model-dependent. For realistic earth models, it can be shown that g_n^E is sensitive to the lowest degrees and cancels as n tends to infinity. In other words, it is not negligible for large-scale sources but is negligible for localized loads.

1.2.3 Ratio between gravity variation and vertical displacement

The ratio between gravity variation and vertical displacement is generally not linear with respect to the source. Thus, the degree n term of g/u is generally not g_n/u_n . However, we do not want to consider a specific geometry for the source and shall study the ratios g_n/u_n for every degree n of the source. Moreover, a constant ratio in the spectral domain leads also to a constant in the spatial domain.

Taking into account eqs (1.5), (1.14) and (1.16), g_n^N/u_n can be written:

- if $r \rightarrow a^-$,

$$\frac{g_n^N}{u_n} = -\frac{g_0}{a} \frac{n}{h'_n} \quad (1.17)$$

- if $r \rightarrow a^+$,

$$\frac{g_n^N}{u_n} = \frac{g_0}{a} \frac{n + 1}{h'_n} \quad (1.18)$$

Taking into account eqs (1.5) and (1.11), we obtain, on the one hand,

$$\frac{g_n^{E,u}}{u_n} = -\frac{2g_0}{a}, \quad (1.19)$$

which is the free-air vertical gradient at the surface of a spherical earth model of radius a and surface gravity g_0 . Since $a = 6371$ km and $g_0 = 9,81$ m/s², we have $g_n^{E,u}/u_n = -0.3080 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. For any load, the effect of the vertical displacement in the initial gravity field can be taken into account by using this ratio.

On the other hand, we have

$$\frac{g_n^{E,m}}{u_n} = \frac{g_0}{a} \frac{(n + 1)k'_n}{h'_n}, \quad (1.20)$$

which, obviously, depends on n .

Ratios g_n^N/u_n , given by eq. (1.18), and g_n^E/u_n are plotted against n in Fig. 1.1. We have used the PREM model (Dziewonski and Anderson, 1981) that we have modified by replacing the upper 15 km of the model by a 15-km-thick crust of density 2500 kg m⁻³. The changes that we have brought to the original PREM are described in Table 1.1.

As n increases, the term containing the Newtonian attraction becomes the dominant term in g/u . Its absolute value increases by two orders of magnitude between $n = 2$ and $n = 2000$ whereas the elastic contribution g_n^E/u_n has a spectrum that is much flatter over that range, being approximately $-0.2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ as shown in Fig. 1.2. We have plotted separately the two terms $g_n^{E,u}/u_n$ and $g_n^{E,m}/u_n$, given by eqs (1.19) and (1.20) respectively, in Fig. 1.2. Of course, $g_n^{E,u}/u_n$ has the constant value $-0.3080 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. In the next section, we discuss the limit of $g_n^{E,m}/u_n$ as n tends to infinity.

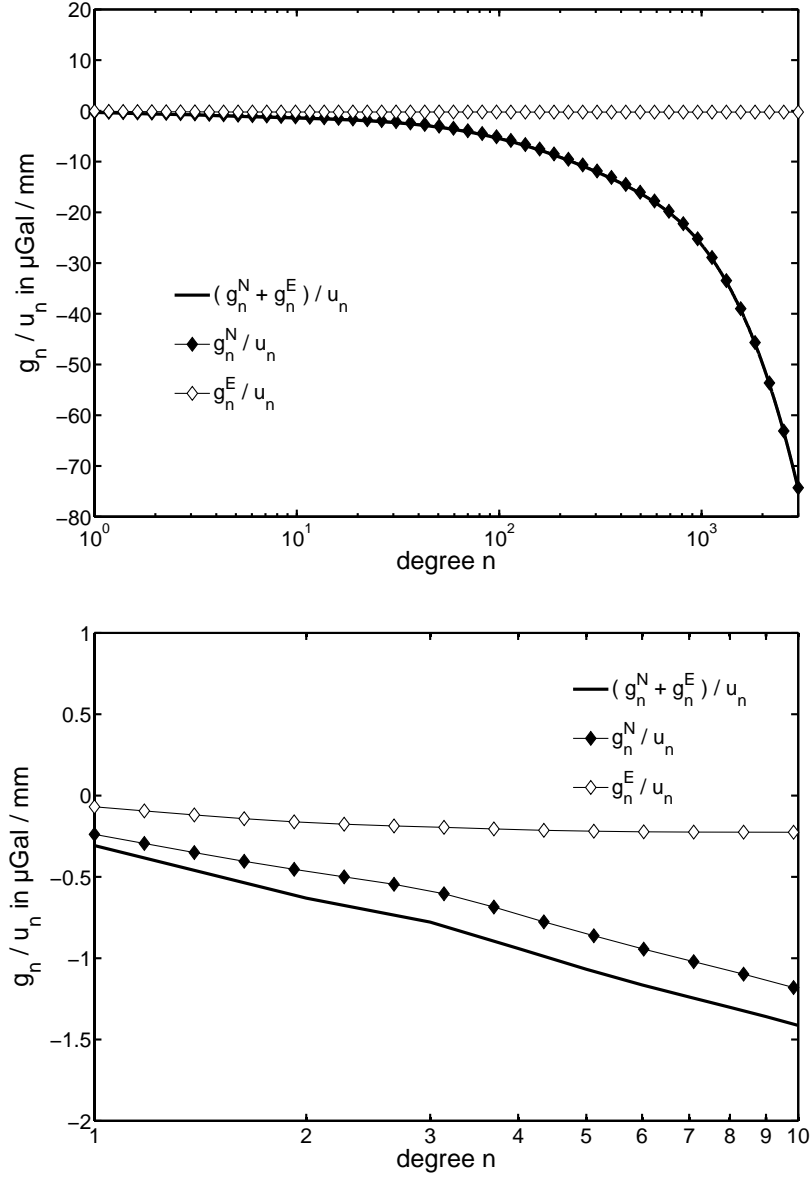


FIG. 1.1 – For the modified PREM model given in Table 1.1, total ratio g_n/u_n of the harmonic coefficients of the transfer functions of gravity and vertical displacement versus harmonic degree n (full line), Newtonian attraction term g_n^N/u_n given by eq. (1.18) (filled diamonds), and elastic term g_n^E/u_n given by the sum of $g_n^{E,u}/u_n$ (eq. 1.19) and $g_n^{E,m}/u_n$ (eq. 1.20) (open diamonds). A zoom on the lowest degrees is shown by the bottom panel. The full line showing the total ratio, which is dominated by g_n^N/u_n , almost coincides with the filled diamonds. The terms $g_n^{E,u}/u_n$ and $g_n^{E,m}/u_n$ are plotted separately in Fig. 1.2.

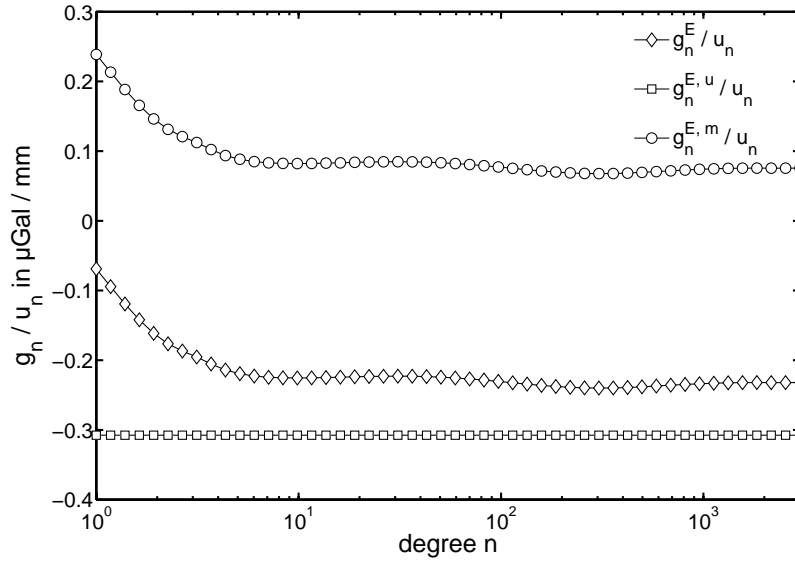


FIG. 1.2 – Same as Fig. 1.1 for $g_n^{E,u}/u_n$ (open squares), which is the free-air vertical gradient of gravity, and $g_n^{E,m}/u_n$ (open circles), which is due to mass redistribution.

1.3 Asymptotic limit of g^E/u

1.3.1 Interpretation of the limit in the plane approximation - Bouguer correction

We now focus on the ratio g_n^E/u_n and particularly on $g_n^{E,m}/u_n$, which is the part that varies with n . As shown in Fig. 1.2, this ratio rapidly tends to a finite non-zero limit. We will relate the asymptotic value to the corresponding ratio in the plane approximation. When n is large, only the most superficial layers of the Earth deform. The corresponding spatial wavelength is very small, tending to zero as n tends to infinity, since the wavelength for a degree n deformation is of the order of $2\pi a/n$. For the small wavelengths, the surface of the Earth can be locally approximated by a flat surface. As explained in Section 1.2.2, the local Newtonian attraction is $2\pi G\sigma$, which is the gravity field of an infinite plate of surface density σ .

In the same way, $g_n^{E,m}$ can be interpreted as the attraction of the redistributed material inside the Earth. For large n , we assume that it is the attraction of a Bouguer plate, the density of which has to be determined. We aim at finding the condition under which this assumption is valid.

Originally, the concept of the Bouguer plate is used in the plane approximation to remove the effect of the masses located above the geoid from gravity measurements at the Earth's surface. The

Radius (km)	ρ (kg m ⁻³)	v_p (m s ⁻¹)	v_s (m s ⁻¹)	Q_κ	Q_μ
6346.6	PREM	PREM	PREM	PREM	PREM
6356.0	2800 (2900)	PREM	PREM	PREM	PREM
6368.0	2500 (2600)	PREM	PREM	PREM	PREM
6371.0	2500 (1020)	5800 (1450)	3200 (0)	PREM	600 (∞)

TAB. 1.1 – Upper layers of a modified oceanless PREM model. ρ , V_P and V_S , and Q_κ and Q_μ are the density, seismic wave velocities and quality factors, respectively. Values in brackets are the original PREM values (Dziewonski and Anderson, 1981).

resulting quantity is the well-known Bouguer anomaly. The complete Bouguer correction consists in removing the free-air displacement effect and the Newtonian attraction of a Bouguer plate, that is, an infinite plane layer of thickness h and density ρ (Heiskanen and Moritz, 1967, pp. 130 – 133):

$$\delta g = -\frac{2g_0}{a}h + 2\pi G\rho h. \quad (1.21)$$

This is also called the *simple* Bouguer correction in contrast to the *refined* Bouguer correction that requires a further terrain correction. If the thickness of the plate h is expressed in mm, the first term in eq. (1.21) is $-0.3080 h \mu\text{Gal}$. Therefore, $\delta g = -0.1967 h \mu\text{Gal}$ for $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$, or $\delta g = -0.2032 h \mu\text{Gal}$ for $\rho = 2500 \text{ kg m}^{-3}$. The value $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ is the mean standard density of the continental crust. The ratio $\delta g/h$, where δg is given by eq. (1.21), is also called the Bouguer corrected gradient.

The limit of g_n^E/u_n in Fig. 1.2 is $-0.2350 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. Since this value is close to the Bouguer corrected gradient, we put $h = u$ for large n and define an equivalent density by $\tilde{\rho} = \sigma/u$. In other words, we want to interpret the limit value of the ratio $g_n^{E,m}/u_n$ as the Bouguer effect of a plane layer of equivalent density $\tilde{\rho}$ and thickness u such that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_n^{E,m}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_0}{a} \frac{(n+1)k'_n}{h'_n} = 2\pi G\tilde{\rho}. \quad (1.22)$$

To determine when this equivalent density is actually the density of the uppermost layer, we compute it for different earth models in the following subsection.

1.3.2 Numerical investigation of equivalent density $\tilde{\rho}$

We compute the elastic load Love numbers h'_n and k'_n up to degree 3000 to achieve convergence. Each asymptotic limit that we give is estimated for that degree.

Homogeneous incompressible earth model

To begin with, we consider a homogeneous incompressible Earth of density $\bar{\rho}$ and rigidity μ . We easily find the following analytical expressions for the load Love numbers h'_n and k'_n :

$$h'_n = -\frac{2n+1}{3} \frac{n}{(2n^2+4n+3)\frac{\mu}{\bar{\rho}g_0a} + n} \quad (1.23)$$

and

$$k'_n = -\frac{n}{(2n^2+4n+3)\frac{\mu}{\bar{\rho}g_0a} + n}. \quad (1.24)$$

Hence the limits of h'_n and k'_n as n tends to infinity:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h'_n = -\frac{g_0\bar{\rho}a}{3\mu} \quad (1.25)$$

and

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)k'_n = -\frac{g_0\bar{\rho}a}{2\mu}. \quad (1.26)$$

Therefore,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_0}{a} \frac{(n+1)k'_n}{h'_n} = \frac{3g_0}{2a} = 2\pi G\bar{\rho}. \quad (1.27)$$

The approximation of a Bouguer effect is valid because the density of the Bouguer plate is the same as the density of the redistributed masses. If $\bar{\rho}$ is the Earth's mean density (i.e. 5517 kg m^{-3}) then the limit given by eq. (1.27) is $0.2312 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ and the Bouguer corrected gradient is $-0.0767 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

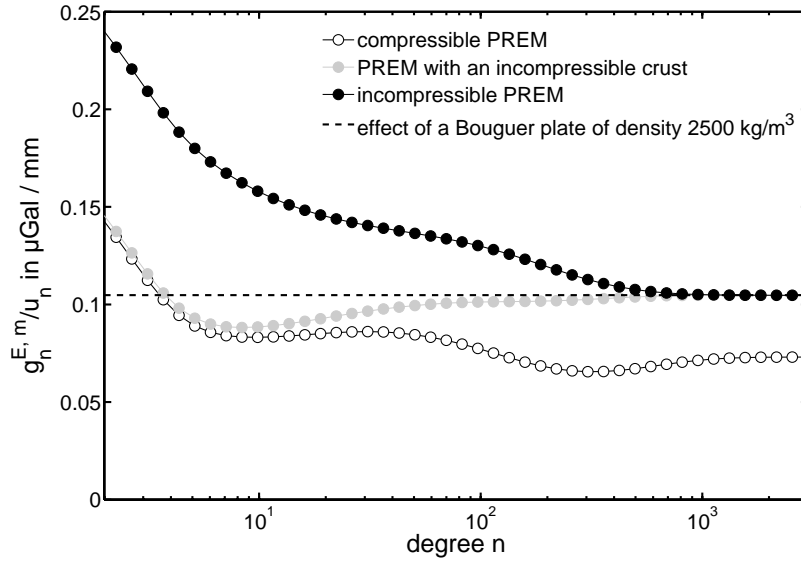


FIG. 1.3 – Ratio $g_n^{E,m}/u_n$ for different earth models and effect of a Bouguer plate of density 2500 kg m^{-3} , which is the density of the crust in the models (eq. 1.20).

Stratified incompressible earth model

In this subsection and the next one, we use our modified PREM (Table 1.1). Moreover, we multiply the P-wave velocity throughout the model by 1000 to mimic incompressibility. As shown in Fig. 1.3, we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_n^{E,m}}{u_n} = 0.1048 \mu\text{Gal mm}^{-1} \quad (1.28)$$

which corresponds to the Bouguer effect of a plate of density $\tilde{\rho}$ equal to 2500 kg m^{-3} , that is, exactly the density of the crust, indicating that the redistributed material comes from the crust. The corresponding Bouguer corrected gradient is then $-0.2032 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

Fang and Hager (2001) have carefully studied the response of a viscoelastic Maxwell Earth. They found that the viscoelastic load Love numbers of a compressible model with a Maxwell rheology can be related to each other through a pseudo-surface density depending on n . They split this density into a part coming from the elasticity and a part coming from viscosity. They show that the latter is equal to the pseudo-surface density found for an incompressible elastic earth model. Therefore, we can deduce from their results that the limit given by eq. (1.28) and the interpretation of the equivalent density $\tilde{\rho}$ for an elastic incompressible earth model also apply to the viscous response of a compressible Maxwell earth model.

Stratified compressible earth model with incompressible crust

To mimic incompressibility in the crust only, we multiply by 1000 the P-wave velocity in the crust of our modified PREM (Table 1.1). As shown in Fig. 1.3, the ratio $g_n^{E,m}/u_n$ tends, although more rapidly, to the same limit as in the fully incompressible case given by eq. (1.28). Again, the limit can be interpreted as a Bouguer effect with an equivalent density $\tilde{\rho}$ of 2500 kg m^{-3} , which is the density of the crust.

As shown by the top panels in Fig. 1.4, deformation and mass redistribution are clearly localized in the crust for degrees larger than 2000. Beyond this value the load numbers H'_n and K'_n are close to 0 and -1, respectively, at the bottom of the crust, which means that there is neither vertical

deformation nor mass redistribution below that boundary. H'_n and K'_n are dimensionless load numbers defined, for any $r < a$, as the load Love numbers h'_n and k'_n defined for $r = a$.

Stratified compressible earth model

As shown in Fig. 1.3, we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_n^{E,m}}{u_n} = 0.0730 \mu\text{Gal mm}^{-1}, \quad (1.29)$$

hence,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_n^E}{u_n} = -0.2350 \mu\text{Gal mm}^{-1}. \quad (1.30)$$

This new value of the Bouguer corrected gradient is 16 per cent smaller than the value found in Sections 1.3.2 and 1.3.2. The equivalent density $\tilde{\rho}$ is 1742 kg m^{-3} , which is smaller than the density of the crust.

As shown by the bottom panels in Fig. 1.4, deformation and mass redistribution are localized in the crust for degrees larger than 2000. Beyond this value the numbers H'_n and K'_n are close to 0 and -1, respectively, at the bottom of the crust. So the redistribution of material occurs again within the crust, although the equivalent density $\tilde{\rho}$ is not the density of the crust.

In comparison to those of a model with an incompressible crust, the vertical load numbers H'_n of a compressible model are larger in the crust, indicating that the deformation of a compressible material is larger than that of an incompressible one. For example, the difference between the load Love numbers h'_{2000} of both models reaches 45 per cent of h'_{2000} for the model with an incompressible crust (left-hand panels in Fig. 1.4). On the contrary, the relative difference between the gravitational load numbers K'_n , for degrees larger than 500, is smaller than 0.5 per cent everywhere in the crust, showing that the mass redistribution is the same in both cases (right-hand panels in Fig. 1.4).

1.4 Spectral mean value of g/u

We now want to extend our reasoning to the entire spectrum of the source, from $n=2$ to ∞ , for a stratified, compressible and elastic earth model and define a constant ratio between gravity and displacement, as Fang and Hager (2001) did in the viscous case when they were focusing on postglacial rebound issues. As mentioned in Section 1.3.2, they showed that compressibility plays no role in the viscous response of a Maxwell Earth. Therefore, the mean ratio between the displacement u and the gravity variation $g^{E,m}$ that is found in the elastic incompressible case is also valid in the viscous case. This value is obtained by averaging a spectral pseudo-surface density $\langle \tilde{\rho} \rangle$ from degree 2 to 40 of the source spectrum so that (Fang and Hager, 2001, eq. 18):

$$\frac{u}{g^{E,m}} = \frac{1}{2\pi G \langle \tilde{\rho} \rangle} \approx 6.5 \text{ mm } \mu\text{Gal}^{-1}, \quad (1.31)$$

where $\langle \tilde{\rho} \rangle \approx 3500 \text{ kg m}^{-3}$ is the mean density of the upper mantle. The average is taken from degree 2 to 40 and not from degree 7 to 40 as written by Fang and Hager (2001) (Fang, personal communication, 2006). The inverse of $u/g^{E,m}$ gives $2\pi G \langle \tilde{\rho} \rangle \approx 0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which can also be obtained by averaging the ratio $g_n^{E,m}/u_n$ from degree 2 to 40 (Fig. 1.3). This gives a Bouguer corrected gradient of $-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ after adding the free-air gradient.

Although this method does not take into account the shape of the source through its components σ_n , the ratio $g^{E,m}/u$ is constant whatever the load geometry and history are, as well as for different viscosity profiles as shown numerically and theoretically by Wahr et al. (1995).

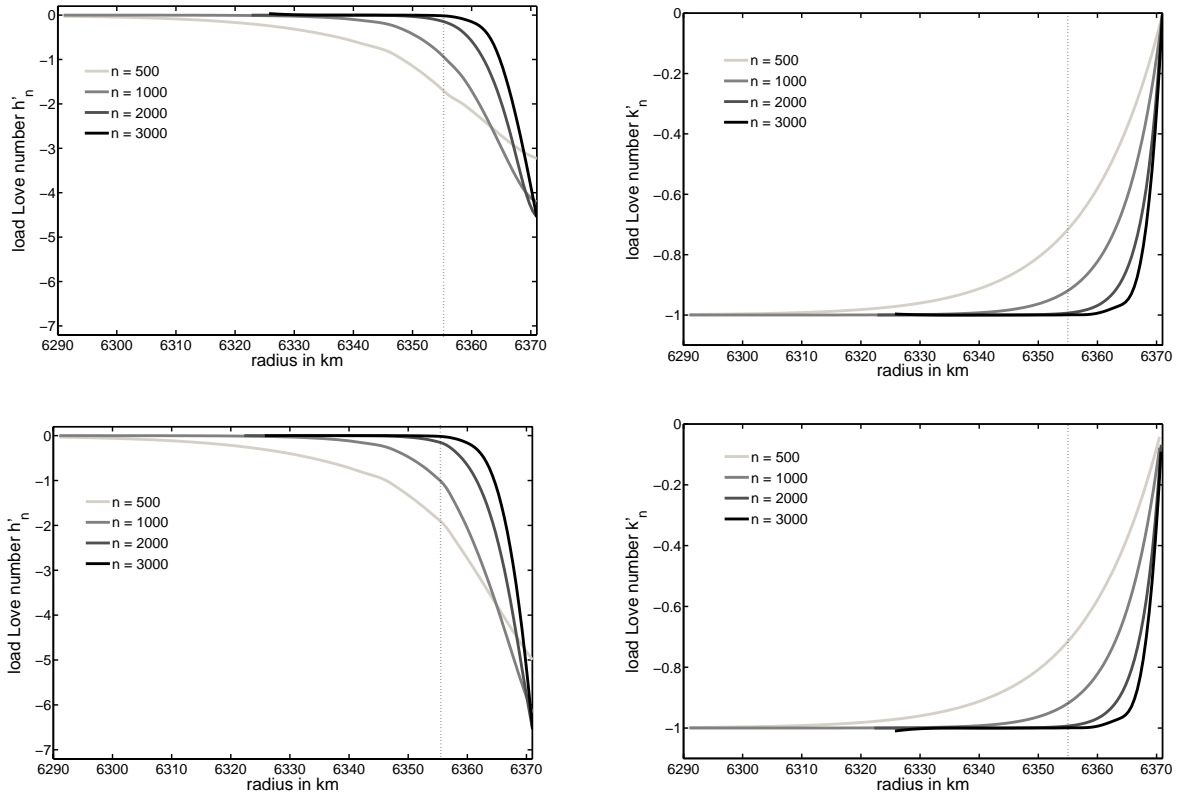


FIG. 1.4 – Variation in the uppermost-80 km of the load numbers H'_n (left-hand panels) and K'_n (right-hand panels) for different harmonic degrees n and for a modified PREM (Table 1.1) with an incompressible (top panels) or compressible (bottom panels) crust. The vertical dotted line shows the bottom of the 15-km-thick crust.

1.4.1 Definition

Again, we consider the deformation of an elastic compressible earth model caused by, for example, glacial unloading (Present-Day Ice Melting of glaciers and ice caps), or hydrological loading due to both continental soil moisture and snow cover. As Fang and Hager (2001) did, we can average $g_n^{E,m}/u_n$ over n (Fig. 1.3) and get a constant ratio in the spatial domain, thereby linking the effect of mass redistribution to the vertical displacement. However, the introduction of an equivalent density is meaningless for a compressible earth model, since the asymptotic limit cannot be physically interpreted by means of the density of the underlying material. Furthermore, we have to add the free-air gradient to this mean ratio to take the effect of vertical displacement into account.

Lastly, the gravity variation of an elastic model involves the Newtonian attraction term g^N (eq. 1.7), whereas this term vanishes for a viscoelastic model because of the time-lag between the excitation, for instance the melting of ice caps, and the viscoelastic response, for instance the corresponding postglacial rebound. In Section 1.2.2, we have seen that g^N is dominant if a load is present at the observation point. In this case, it does not make sense to search for a ratio between the observed gravity variation and the vertical displacement because it would be too dependent on the load geometry. However, if there is no load at the observation point, that is, $\sigma(\theta, \lambda) = 0$, we have, according to eqs (1.13) and (1.15):

$$g^{N, \text{local}}(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n^{N, \text{local}} \sigma_n(\theta, \lambda) = \pm \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi G \sigma_n(\theta, \lambda) = \pm 2\pi G \sigma(\theta, \lambda) = 0 \quad (1.32)$$

The local attraction term is zero. This case applies to the oceanic loading observed inland and hydrological loading observed in desert areas without any water in the soil. Although there is no mass loading locally, the gravity perturbation and vertical displacement due to a remote load are obviously not zero. The Newtonian attraction g^N only contains the global attraction term $g^{N, \text{global}}$ given by eq. (1.11), which is significant only for the smallest degrees and tends rapidly to zero for $n \gtrsim 10$.

As a consequence, we now consider the following ratio:

$$\frac{g_n^{N, \text{global}} + g_n^E}{u_n} = \frac{g_0}{a} \left(\frac{1}{2h'_n} - 2 + \frac{(n+1)k'_n}{h'_n} \right). \quad (1.33)$$

We plot $g_n^{N, \text{global}}/u_n$, g_n^E/u_n , and their sum as a function of n in Fig. 1.5. On the contrary to g_n/u_n (Fig. 1.1), the new ratio defined by eq. (1.33) (full line in Fig. 1.5) is not monotonously increasing with n but, for $n \geq 2$, varies between $-0.2881 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for $n = 6$ and $-0.2467 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for $n = 3000$. We compute the spectral mean value of the ratio $(g_n^{N, \text{global}} + g_n^E)/u_n$ over different ranges of values for n . The mean value is much influenced by the smallest degrees ($n \lesssim 6$) but is a slowly increasing function of n_{max} , the maximum value that we consider for n . However, since g/u does not only depend on the spatial coordinates as a combination of Legendre polynomials, but is also weighted by the spectral content of the source, the choice of the spectral range for the mean value is somehow secondary. The average over degrees 2 (respectively 1) to 50 is $-0.2605 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (respectively $-0.2578 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). We take $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ as a representative value.

In a study of the effects of present-day ice melting in Antarctica, James and Ivins (1998) obtained a ratio of $-0.27 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ by roughly averaging eq. (1.33) over n . They argue that the sum of $g_n^{N, \text{global}}$ and $g_n^{E,m}$ represents about 10-20 per cent of the free-air term $g^{E,u}$ but is of opposite sign, so that the mean of the ratio given by eq. (1.33) approximately amounts to 85 per cent of the free-air gradient. They do not give a range of degrees over which this ratio would be valid. However, we find this value by averaging the ratio from $n=2$ to $n_{\text{max}} = 22$. In spite of the difference in the computation of this mean ratio, their value is very close to ours.

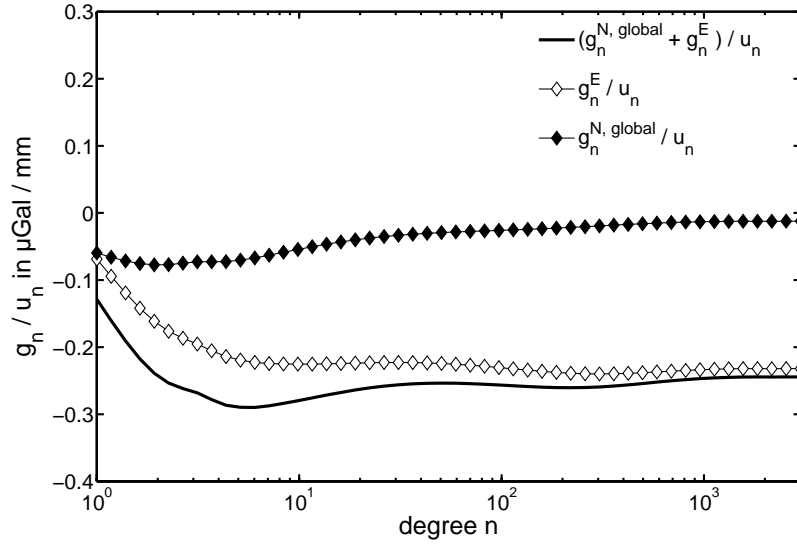


FIG. 1.5 – Assuming that there is no local mass load, ratio g_n/u_n given by eq. (1.33) (full line). The contribution of the Newtonian attraction term is shown by the filled diamonds and the elastic term by the open diamonds. In comparison to Fig. 1.1, the Newtonian attraction term does not dominate g_n/u_n anymore because it only contains the global Newtonian attraction term $g_n^{N, \text{global}}$.

1.4.2 Application to spherical caps

We now investigate the significance of the mean value derived in the previous subsection. We consider a spherical cap of angular aperture α and uniform surface density $\bar{\sigma} = 10 \text{ kg m}^{-2}$ corresponding to 1 cm of equivalent water height. We multiply the coefficients of a load of unit mass uniformly distributed over a cap (Farrell, 1972) by the mass of the cap, which is $2\pi a^2(1 - \cos \alpha)\bar{\sigma}$, and obtain:

$$\sigma_0 = \frac{\bar{\sigma}}{2}(1 - \cos \alpha) \quad (1.34)$$

and

$$\sigma_n = \frac{\bar{\sigma}}{2}(P_{n-1}^0(\cos \alpha) - P_{n+1}^0(\cos \alpha)), \text{ for } n \geq 1. \quad (1.35)$$

In order to compute the loading effect of the cap, we truncate the series of eqs (1.3) and (1.6) at $n = 1000$. We are first interested in knowing the gravity variation above the ice cap. Thus, we consider eq. (1.16) for the Newtonian attraction. The origin of the system of reference for computing the vertical displacement is the centre of mass of the {Earth + load} system.

In Fig. 1.6, we show g , u , and g/u , as a function of the angular distance θ from the centre of the cap, for three spherical caps of respective angular apertures 5° , 10° , and 30° . Fig. 1.7 displays the different contributions of g/u . The gravity variation is significant above the cap, where $\theta \leq \alpha$, abruptly decreases at the edge, and tends to zero outside. Although the variation of the vertical displacement at the edge of the cap is steep, it is a smoother function than the gravity change and tends more slowly to zero. For $\theta < \alpha$, g/u strongly depends on the size of the cap. Its amplitude is mostly due to the local Newtonian attraction part that is significant above the cap and zero outside (Fig. 1.7, top left-hand panel) and, to a smaller extent, to the global Newtonian attraction part (Fig. 1.7, top right-hand panel) as well as the elastic contribution (Fig. 1.7, bottom left-hand panel). The ratio g^E/u approaches the limit given by eq. (1.30) as the radius of the cap gets smaller. Outside the cap, for $\theta \lesssim 60^\circ$, the total ratio is remarkably constant. We limit ourselves to this range for θ , which is sufficiently large with respect to the size of the caps that we consider. Since the local Newtonian

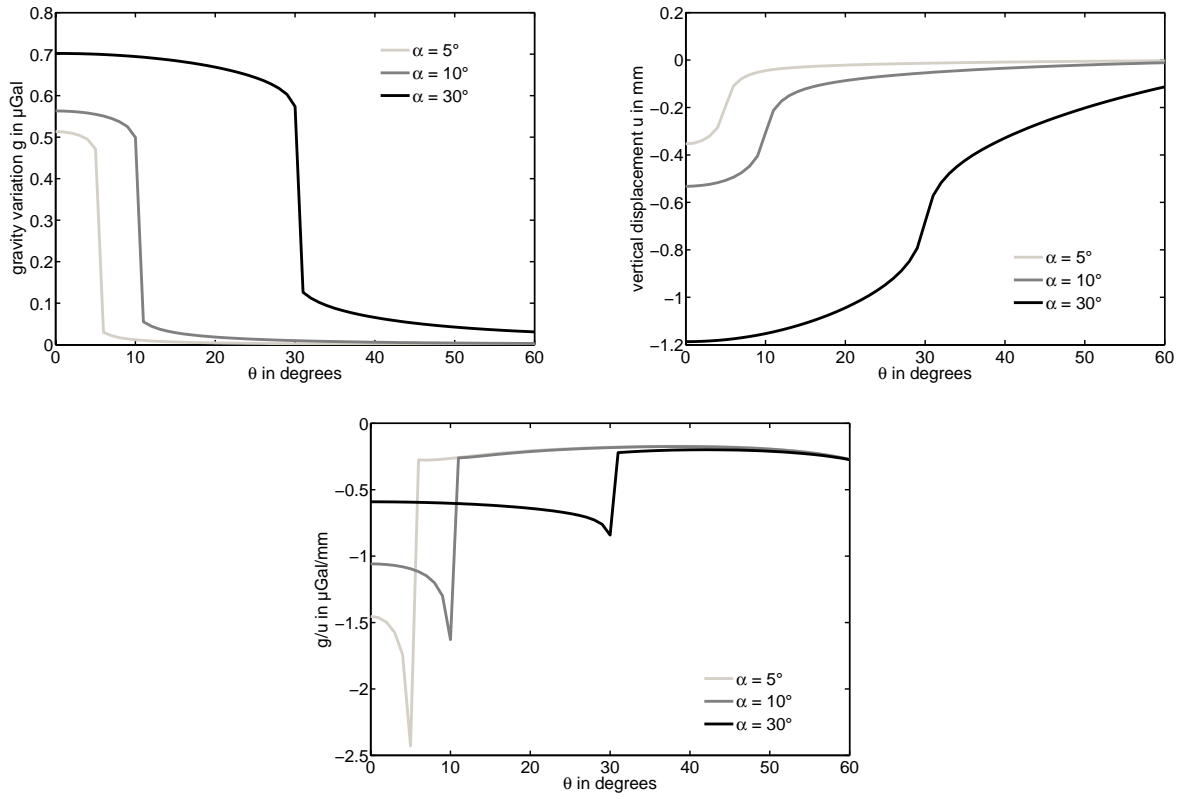


FIG. 1.6 – Gravity variation (top left-hand panel), vertical displacement (top right-hand panel) and their ratio (bottom panel) induced by spherical caps of angular apertures $\alpha = 5^\circ$, 10° , and 30° , as a function of the angular distance θ from the centre of the cap.

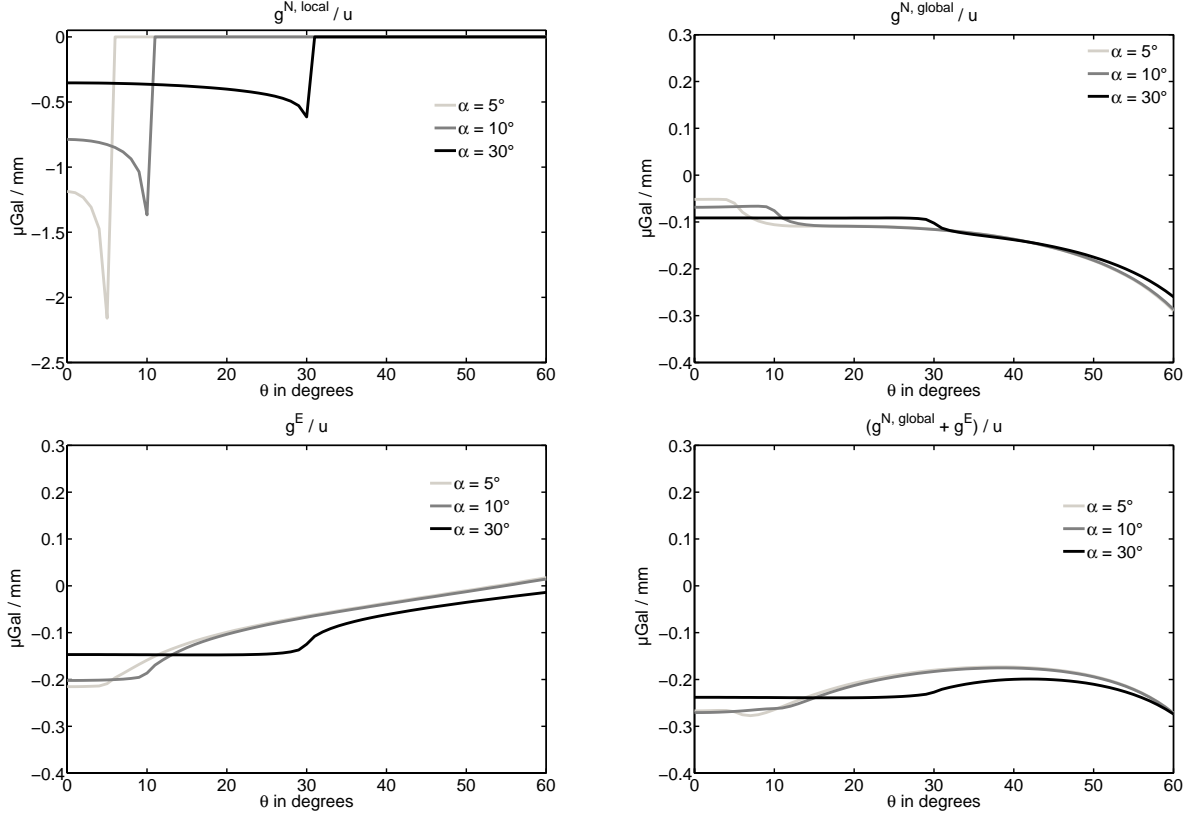


FIG. 1.7 – Decomposition of the total ratio g/u induced by spherical caps shown in the bottom panel of Fig. 1.6 with respect to the different contributions: $g^{N,local}/u$ (top left-hand panel), $g^{N,global}/u$ (top right-hand panel), g^E/u (bottom left-hand panel) and $(g^{N,global} + g^E)/u$ (bottom right-hand panel).

attraction is zero outside the cap as shown by eq. (1.32), g/u is the sum $(g^E + g^{N,global})/u$ of the elastic and global Newtonian attraction contributions displayed in the bottom right-hand panel of Fig. 1.7. On the contrary to their sum, none of these contributions is constant: g^E/u increases with θ while $g^{N,global}/u$ decreases with θ . However, if we add the two terms, then the resulting ratio is nearly constant. The average values of $(g^{N,global} + g^E)/u$ from the edge of the cap to $\theta = 60^\circ$ are -0.21 , -0.20 , and $-0.22 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for $\alpha = 5^\circ$, 10° , and 30° , respectively. These mean values are equal to the average values of $(g^{N,global} + g^E)/u$ over the cap: as a consequence, they could be used to isolate the ratio $g^{N,local}/u$ over the cap and, provided that both g and u are known, to isolate the term $g^{N,local}$. Moreover, they are reasonably close to $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which is the value that we have obtained in the previous subsection.

Therefore, $(g^{N,global} + g^E)/u$ is the only ratio that does almost not depend on the size of the cap nor on the distance from its centre.

From this application, we can draw three main conclusions:

1. Outside the cap, up to a maximum angular distance of 60° from the centre of the cap, g/u is nearly constant and does not depend on the size of the cap.
2. The relative difference between the mean value of g/u outside the cap and the mean value computed in Section 1.4.1 is approximately 20 per cent. Therefore, the latter mean value is a fairly good estimate of the correct value.
3. On the cap, g/u depends on the size of the cap. However, using the ratio $(g^{N,global} + g^E)/u = -0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, we can separate the ratio $g^{N,local}/u$ from the other contributions in g/u .

If both g and u are known, then the local Newtonian attraction term $g^{N, \text{local}}$ can be isolated in the gravity variation g .

1.5 Conclusion

First, we have studied the spectral behaviour of the ratio g_n/u_n of the harmonic components of the gravity variation g and vertical displacement u at the loaded surface of a spherical earth model without considering the spectral properties of the load itself. We have split the ratio of the respective transfer functions g_n and u_n of g and u into two contributions: the ratio g_n^N/u_n between the Newtonian attraction term of g_n and u_n , and the ratio g_n^E/u_n between the elastic part of g_n and u_n . We have shown that the local Newtonian attraction term is dominant at the points where the load is applied. As a consequence, over the loaded area, the ratio g/u strongly depends on the shape of the load. Moreover, g_n^E/u_n is sensitive to the lowest harmonic degrees but tends to a finite limit when n becomes large. Its constant part is the free-air gradient, which is $-0.3080 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ and is independent of the shape of the load. It is due to the vertical displacement of the surface in the Earth's gravity field. By using different elastic earth models, we have shown that, provided that the uppermost layer is incompressible, the limit, for large n , of g_n^E corresponds to the attraction of a Bouguer plate whose density is equal to the density of the uppermost layer, added to the free-air gradient. In this case, the asymptotic limit of g_n^E/u_n is equal to the Bouguer corrected gradient, that is $-0.2032 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for a crust of density 2500 kg m^{-3} . However, this interpretation is not valid if the top layer is compressible. The limit of the ratio is then 16 per cent smaller than the Bouguer corrected gradient, that is, $-0.2350 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for the same density of the top layer.

We have also aimed at validating the approximation that the ratio g/u at the loaded surface of a spherical earth model is nearly constant outside the load. We have shown that g_n/u_n is nearly constant if the local Newtonian attraction term is omitted and is almost independent of the physical and geometrical properties of the load. Therefore, for any load, we have proposed a value of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which is the mean of g_n/u_n over degrees 2-50, as a representative value for g/u outside the loaded area. We have checked out this result in the spatial domain, by computing the ratio for spherical caps of various angular apertures. Outside the loaded area, up to a maximum angular distance of 60° from the centre of the cap, the ratio is indeed nearly constant. Its mean value on this range is $-0.21 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ which is by 20 per cent in agreement with our spectral mean value. Outside the loaded area, this mean ratio can be used to infer g or u from one another. Over the loaded area, it may be used to separate the local Newtonian attraction effect in g/u from the other contributions.

Chapitre 2

Investigation numérique du rapport à l'aide de modèles globaux de charges

Le contenu de ce chapitre a été accepté pour publication dans *Pure and Applied Geophysics* (numéro spécial: «Deformation and Gravity Change: Indicators of Isostasy, Tectonics, Volcanism and Climate Change») sous le titre:

«**Variability of the gravity-to-height ratio due to surface loads**».

Auteurs: C. de Linage, J. Hinderer et J.-P. Boy.

Après des rappels théoriques du chapitre précédent sur le rapport $\Delta g/\Delta h$ pour des charges harmoniques, nous considérons la variabilité du rapport $\Delta g/\Delta h$ dans le domaine spatial pour des distributions de charge de contenu spectral quelconque variables dans le temps. Celles-ci constituent les sorties de modèles météorologiques ou océaniques globaux. Le rapport $\Delta g/\Delta h$ est alors calculé numériquement sur l'ensemble des continents en éliminant le temps par régression linéaire entre la variation de gravité et le déplacement vertical induits par la distribution de charge. Nous considérons trois exemples de surcharges:

1. la surcharge hydrologique par l'intermédiaire d'estimations de l'humidité du sol et de la couverture neigeuse,
2. la surcharge atmosphérique grâce aux estimations de la pression de surface, et en supposant une réponse des océans en baromètre inverse,
3. la surcharge océanique pour les ondes de marées M_2 , S_2 , K_1 et O_1 via les prédictions de l'amplitude et de la phase de chacune de ces principales ondes.

Ces trois cas de figure permettent d'étudier différentes configurations spatiales: cas où la charge locale est située au-dessus (atmosphère) ou au-dessous (hydrologie) du gravimètre, ou cas où les masses locales sont quasi nulles voire inexistantes (zones désertiques pour l'hydrologie, continents pour les marées océaniques). L'étude de l'effet de la composante neigeuse permet aussi de mettre en évidence la sensibilité au degré 1 de la charge du rapport $\Delta g/\Delta h$ lorsque celui-ci est calculé dans le repère lié au centre de masse du système {Terre solide + charge}. Nous interprétons la variabilité spatiale du rapport à la lumière de nos conclusions déduites de l'étude théorique du chapitre précédent. Dans le cas de l'hydrologie, par exemple, nous observons que le rapport dépend fortement de la taille des bassins à l'intérieur des masses et est beaucoup moins variable à l'extérieur des masses. Dans ce dernier cas, nous validons l'utilisation de la moyenne spectrale égale à $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

Abstract

We study the ratio between the gravity variation and vertical displacement on the surface of a self-gravitating earth model when a surface load is applied. We adopt a theoretical and numerical point of view, excluding any observations. First, we investigate the spectral behavior of the ratio of the harmonic components of the gravity variation and vertical displacement. Then, we model the gravity-to-height ratio for different surface loads (continental hydrology, atmospheric pressure, ocean tides) using outputs of global numerical models in order to relate the predicted spatial values to theoretical mean values deduced from the spectral domain. For locations inside loaded areas, the ratio is highly variable because of the Newtonian attraction of the local masses and depends on the size of the load. For the hydrological loading (soil moisture and snow), the mean ratio over the continents is $-0.87 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, but increases with decreasing size of the river basins. For the atmospheric loading, assuming an inverted-barometer response of the ocean, the ratio is positive, with larger values for high latitudes ($0.49 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) — particularly on the coasts — than for lower latitudes ($0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). The ratio, however, is much less variable outside the loaded areas: in desert areas such as the Sahara and Arabia, its mean value is $-0.28 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. For the ocean tidal loading, we find a mean ratio of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ over the continents for the diurnal tidal waves. Both results are close to the theoretical mean value of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ combining elastic and remote attraction contributions.

2.1 Introduction

Ground gravity measurements are very often collocated with measurements of surface vertical displacements in Earth science studies. This holds for all campaigns of applied geophysics because gravity has to be corrected for elevation changes in various ways (e.g. free air correction, Bouguer correction). In solid Earth geophysics, collocated gravity and position measurements are also strongly favored in studies dealing with post-glacial rebound (PGR) (Lambert et al., 2001, 2006; Ekman and Mäkinen, 1996; Mäkinen et al., 2007), tectonic motions (Jachens, 1978; Karner and Watts, 1983; Ballu et al., 2003; Teferle et al., 2006; Mazzotti et al., 2007), coseismic deformation (Barnes, 1966; Tanaka et al., 2001; Imanishi et al., 2004), volcanic activity (Jousset et al., 2000; Furuya et al., 2003) or surface loading processes (Richter et al., 2004; Zerbini et al., 2004; Nicolas et al., 2006).

In fact, the ratio of these two observables, namely the gravity-to-height ratio g/u , is a parameter that provides useful information about the physics of the acting processes and helps to separate various contributions. In particular, this ratio tells us about the mass transfer inside the Earth and is a tool to discriminate geometrical effects (due to the vertical motion of the observation point) from true mass effects (due to density redistribution inside the Earth).

Since the development of μGal ($1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m s}^{-2}$) precision absolute gravimetry (AG) (Niebauer et al., 1986), collocated AG and GPS campaigns have become more frequent for a wide range of applications (Hinderer et al., 2003; Francis et al., 2004; Müller et al., 2005; Amalvict et al., 2006). This also applies when monitoring continuously the time-variable gravity field with superconducting gravimeters and the geodetic positions with GPS, VLBI or SLR at fixed observatories (Crossley et al., 1999; Zerbini et al., 2001, 2002; Ihde et al., 2005).

In general, the theoretical value of $-0.3086 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (Heiskanen and Moritz, 1967) is used to correct for the geometrical effect (free-air correction). However, in the general case, because of the redistribution of the masses inside the Earth and the Newtonian attraction of surface loads, this ratio is different from the free-air gradient. For example, in the case of the visco-elastic deformation of the Earth due to PGR, the secular variation of the total gravity can be linked to the secular vertical displacement through the ratio of $-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ that is half the free-air value (Wahr et al., 1995). This value, obtained with an elastic lithosphere and a viscous mantle, is independent

of the viscosity profile inside the compressible Earth, the ice geometry and time history, as shown theoretically and confirmed by numerical modeling using various plausible ice models and earth rheologies.

It can also be shown that the ratio relative to a surface load is close to $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ in the region outside the acting load. This property can be explained by the spectral evolution of the g/u ratio as a function of the harmonic degree (James and Ivins, 1998; de Linage et al., 2007). It departs from the elastic ratio (i.e. excluding the Newtonian effect) although it remains close to it. Finally, the limit for large degrees of the elastic ratio can also be related to the Bouguer ratio of $-0.2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ used in the infinite-plate approximation when the top layer of the Earth is incompressible (Rundle, 1978; Fang and Hager, 2001; de Linage et al., 2006, 2007).

Field observations of the gravity-to-height ratio in Fennoscandia yield a ratio of $-0.20 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which is closer to the Bouguer ratio than to the theoretical value for PGR of $-0.15 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (Ekman and Mäkinen, 1996). Lambert et al. (2006) found a value of $-0.18 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ from AG and continuous GPS measurements in North America, confirming preliminary observations by Larson and van Dam (2000). Sato et al. (2006) used the theoretical values for the PGR and Present-Day Ice Melting (PDIM) (-0.15 and $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, respectively) to split the past and present-day ice melting processes that simultaneously occur in Svalbard. Observations are used to constrain, in particular, the PDIM melting rate. In the Asal rift, Ballu et al. (2003) found from relative gravity and leveling measurements that the ratio departs from the free-air gradient, indicating a mass input in the central part of the rift. For the 1962 earthquake in Alaska, the ratio between coseismic gravity and height changes is closer to the Bouguer ratio than to the free-air gradient (Barnes, 1966). For the Cascadia subduction zone, Mazzotti et al. (2007) found a ratio of $-0.24 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ close to the predicted value of $-0.19 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ from 10 years of continuous GPS and AG measurements. However, an offset between gravity and height variations is observed. Evidence is given for a gravity bias due to a long-term mass increase. Plag et al. (2007) used collocated AG measurements mainly in North America and Europe to estimate the vertical translation between the geometrical reference-frame origin and the center of mass of the Earth system from the vertical offset. The estimated ratio between viscous gravity and height changes for PGR is 20% lower than the theoretical value. Finally, Richter et al. (2004) found ratios of -0.16 and $-0.17 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ at the Wettzell and Medecina stations in Europe, respectively, corresponding to long-term mass changes.

In this paper, we will first review in Section 2.2 the theoretical aspects of the gravity change and the vertical displacement due to the elasto-gravitational deformation of the Earth submitted to a surface load using the spherical-harmonic approach. We will show the spectral evolution of the g/u ratio with or without the local Newtonian contribution, depending on whether the observation point is located on the load (e.g. when measuring on top of ground water) or outside (e.g. when measuring ocean loading inland). In Section 2.3, we will study numerically the g/u ratio using global models of various surface loads extending the work of de Linage et al. (2006), who focused on hydrological loading only. In each case, we will provide a global map of the g/u ratio and discuss the values. We will consider the case where the soil moisture and the snow coverage act as a surface load. The consequences of the atmospheric load will also be investigated, assuming that the oceans respond to air-pressure changes by the inverted-barometer (IB) hypothesis. Finally, the ocean tidal loading will be considered for both semi-diurnal and diurnal waves. Special emphasis will be given to the loading in Europe.

2.2 Theoretical aspects of the gravity-to-height ratio induced by a surface load

We consider a load distribution σ (expressed as mass per unit area) on the Earth's surface that can be expanded at a point of colatitude θ and longitude λ into a series of spherical harmonics

$Y_n^m(\theta, \lambda)$ of degree n and order m :

$$\sigma(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda) \quad (2.1)$$

and we study the static response of a SNREI (spherically symmetric, non-rotating, elastically isotropic) earth model to this loading. For numerical applications in Sections 2.2 and 2.3, we will use the Preliminary Reference Earth Model (PREM) (Dziewonski and Anderson, 1981). We describe the vertical displacement and gravity variation and then consider the ratio between both quantities in Sections 2.2.1 and 2.2.2.

2.2.1 Vertical displacement and gravity variation

Vertical displacement

In the spatial domain, the Earth's deformation is given by the convolution of the load with a specific Green function. The vertical displacement u on the Earth's surface induced by the load σ can be written as

$$u(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n u_n^m \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda), \quad (2.2)$$

where u_n^m is the degree n and order m component of the transfer function of the vertical displacement. By convention, u is positive upwards. Since u_n^m does not depend on m for a spherically symmetric model,

$$u(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \sigma_n(\theta, \lambda), \quad (2.3)$$

where $u_n = u_n^m$ and $\sigma_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=-n}^n \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \lambda)$.

For a point-mass load located at the pole of a sphere of radius a , we have:

$$\sigma_n = \frac{(2n+1)}{4\pi a^2}. \quad (2.4)$$

The degree n term of the transfer function of the vertical displacement, u_n , is obtained by dividing the degree n term of the corresponding Green function (Farrell, 1972) by σ_n :

$$u_n = \frac{3}{\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} h'_n, \quad (2.5)$$

where h'_n is the vertical elastic load Love number of degree n and $\bar{\rho}$ is the Earth's mean density. u_n is a decreasing function of n that tends to zero as n tends to infinity. It is mainly sensitive to the low degrees of the source, i.e. to its large wavelengths.

Gravity variation

As for the vertical displacement, the variation of the surface gravity g induced by the load σ can be written as

$$g(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \sigma_n(\theta, \lambda), \quad (2.6)$$

where g_n is the degree n term of the transfer function of the gravity variation. By convention, g is positive downwards. Note that g is the variation and not the absolute gravity value. Both in the spatial and spectral domains, the gravity variation can be split into two contributions:

$$g(\theta, \lambda) = g^N(\theta, \lambda) + g^E(\theta, \lambda) \quad (2.7)$$

in the spatial domain and

$$g_n = g_n^N + g_n^E \quad (2.8)$$

in the spectral domain.

The Newtonian attraction g^N is the direct attraction of the load and the elastic term g^E is an indirect effect due to the Earth's elasticity. The Newtonian attraction term g^N can be further decomposed into two terms: $g^{N, \text{local}}$ is due to the mass located at (θ, λ) and $g^{N, \text{global}}$ is due to the non-local contribution of the load from everywhere except at (θ, λ) . The term $g^{N, \text{local}}$ corresponds, in the spatial domain, to the convolution of the delta function with the load. The elastic term g^E is also split into two terms: $g^{E, u}$ is the free-air effect, which corresponds to the contribution due to the vertical displacement of the Earth's surface in the unperturbed gravity field, and $g^{E, m}$, which is due to the mass redistribution inside the Earth. Consequently, we have:

$$g(\theta, \lambda) = g^{N, \text{global}}(\theta, \lambda) + g^{N, \text{local}}(\theta, \lambda) + g^{E, u}(\theta, \lambda) + g^{E, m}(\theta, \lambda) \quad (2.9)$$

and

$$g_n = g_n^{N, \text{global}} + g_n^{N, \text{local}} + g_n^{E, u} + g_n^{E, m}. \quad (2.10)$$

Merriam (1980) computed the gravitational perturbation due to a surface load using a harmonic approach. Adapting his results to our notation, we have:

$$\begin{pmatrix} g_n^{N, \text{global}} \\ g_n^{E, u} \\ g_n^{E, m} \end{pmatrix} = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2h'_n \\ -(n+1)k'_n \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

where k'_n is the gravitational elastic load Love number of degree n , a is the Earth's mean radius and g_0 is the gravity on the surface of a spherical earth model of radius a and mean density $\bar{\rho}$. Summing $g_n^{E, u}$ and $g_n^{E, m}$, we obtain the elastic term g_n^E of eq. (2.8):

$$g_n^E = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{2h'_n - (n+1)k'_n}{2n+1}. \quad (2.12)$$

As $g_n^{N, \text{local}}$ is discontinuous on the loaded surface, we have to distinguish two cases (Merriam, 1980):

- If the surface is approached from below, i.e. $r \rightarrow a^-$,

$$g_n^{N, \text{local}} = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n + \frac{1}{2}}{2n+1} = -2\pi G, \quad (2.13)$$

where we have used the relation $3g_0/a\bar{\rho} = 4\pi G$, with G the universal constant of gravitation; gravity decreases because of the attraction of the overlying mass. Consequently, we obtain for g_n^N :

$$g_n^N = -\frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n}{2n+1}, \quad (2.14)$$

which can be found by dividing the degree n term of the corresponding Green function (Farrell, 1972; Pratt, 1982) by $(2n+1)/4\pi a^2$.

- If the surface is approached from above, i.e. $r \rightarrow a^+$, we similarly find:

$$g_n^{N, \text{local}} = \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n + \frac{1}{2}}{2n+1} = 2\pi G \quad (2.15)$$

and

$$g_n^N = \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n+1}{2n+1}. \quad (2.16)$$

In this case, gravity increases because of the attraction of the underlying mass.

The Newtonian attraction g_n^N , given by eqs (2.14) or (2.16), explicitly depends on n . The term g_n^E given by eq. (2.12) is not only an explicit function of n , but also implicitly depends on n through h'_n and k'_n , which are model-dependent. For realistic earth models, it can be shown that g_n^E is most sensitive to the lowest degrees and becomes insignificant as n tends to infinity. In other words, it is not negligible for large-scale sources but is negligible for very localized loads.

Comment on the degree-one terms

Load Love numbers of degree 1, h'_1 and k'_1 , depend on the choice of the origin of the reference frame: the origin can be chosen at the center of mass of the undeformed solid Earth (usually called CE) or at the center of mass of the solid Earth plus load (usually called CM). They are linked through the equation (Greff-Lefftz and Legros, 1997; Blewitt, 2003):

$$h_1'^{\text{CM}} = h_1'^{\text{CE}} - 1 \quad \text{and} \quad k_1'^{\text{CM}} = k_1'^{\text{CE}} - 1. \quad (2.17)$$

According to eqs (2.5) and (2.12), g is therefore the same in both reference frames, whereas u is larger in the CM frame than in the CE frame. In this study, we will compute u in the CM frame with $h_1'^{\text{CM}} = -1.28890$ for PREM.

2.2.2 Ratio between gravity variation and vertical displacement

General points

The ratio between gravity variation and vertical displacement is generally not linear with respect to the source. Thus, the degree n term of g/u is generally not g_n/u_n . This only applies if, for every n , g_n/u_n is constant. Since we do not want to consider a specific geometry for the source, we shall study the ratios g_n/u_n for every degree n of the source.

Taking into account eqs (2.5), (2.14) and (2.16), g_n^N/u_n can be written:

– if $r \rightarrow a^-$,

$$\frac{g_n^N}{u_n} = -\frac{g_0}{a} \frac{n}{h'_n}, \quad (2.18)$$

– if $r \rightarrow a^+$,

$$\frac{g_n^N}{u_n} = \frac{g_0}{a} \frac{n+1}{h'_n}. \quad (2.19)$$

Taking into account eqs (2.5) and (2.11), we obtain, on the one hand,

$$\frac{g_n^{E,u}}{u_n} = -\frac{2g_0}{a}, \quad (2.20)$$

which is the free-air vertical gradient on the surface of a spherical earth model of radius a and surface gravity g_0 . Since $a = 6371$ km and $g_0 = 9.81$ m s⁻², we have $g_n^{E,u}/u_n = -0.3080$ $\mu\text{Gal mm}^{-1}$. For any load, the effect of the vertical displacement in the unperturbed gravity field can be taken into account by using this ratio.

On the other hand, we have

$$\frac{g_n^{E,m}}{u_n} = \frac{g_0}{a} \frac{(n+1)k'_n}{h'_n}, \quad (2.21)$$

which depends on n .

The ratio g_n^N/u_n , given by eqs (2.18) or (2.19), as well as the elastic ratio g_n^E/u_n (sum of eqs 2.20 and 2.21) are plotted as a function of n in Fig. 2.1 using the PREM model. The left and right panels correspond to the case where the surface is approached from above and below, respectively. The ratios g_n/u_n and g_n^N/u_n are negative and positive, respectively, because the load Love numbers h'_n

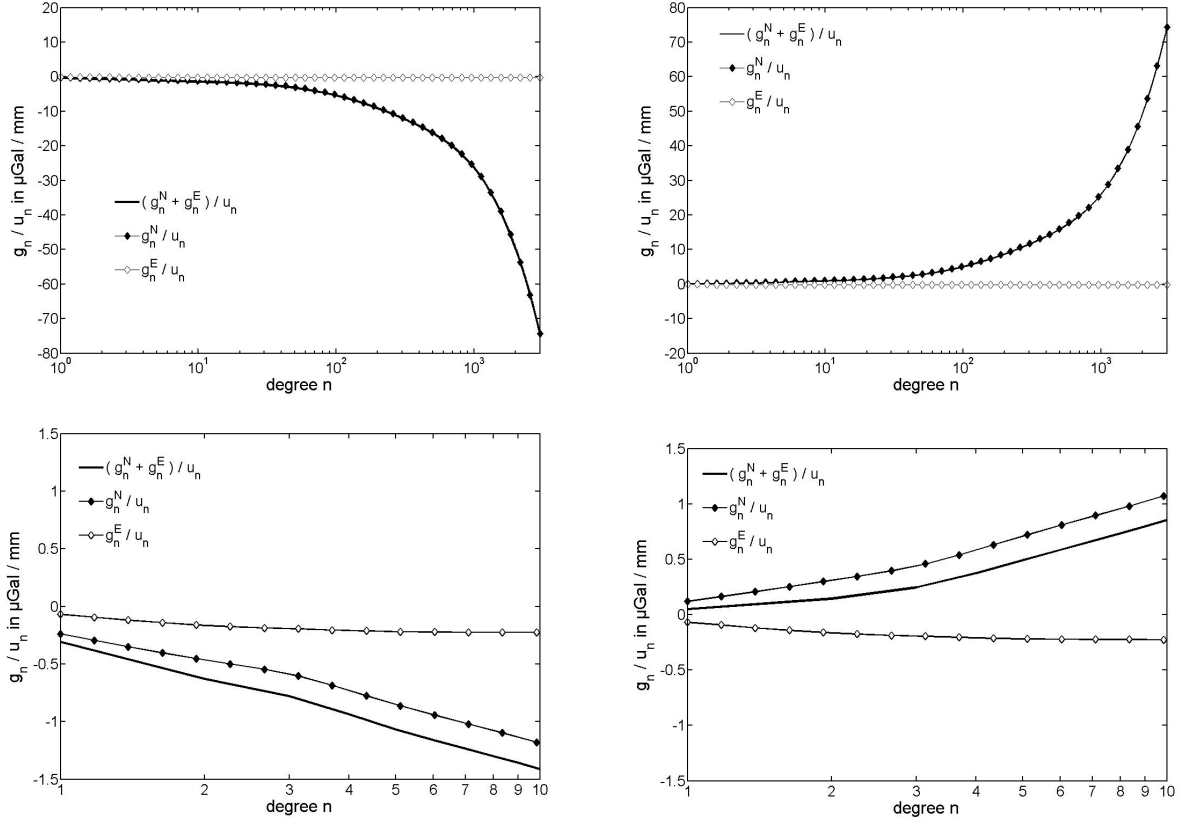


FIG. 2.1 – For the PREM model, total ratio g_n/u_n of the harmonic coefficients of the transfer functions of gravity and vertical displacement versus harmonic degree n (full line), Newtonian-attraction term g_n^N/u_n given by eq. (2.19) (resp. eq. 2.18) in the left- (resp. right-) hand panels (filled diamonds), and elastic term g_n^E/u_n given by the sum of $g_n^{E,u}/u_n$ (eq. 2.20) and $g_n^{E,m}/u_n$ (eq. 2.21) (open diamonds). The left- (resp. right-) hand panels correspond to the case where the surface is approached from above (resp. below). The full line showing the total ratio, which is dominated by g_n^N/u_n , almost coincides with the filled diamonds. A zoom on the degrees 1-10 is shown in the bottom panels.

are negative for every n . The elastic ratio g_n^E/u_n is negative in both cases, although $g_n^{E,m}/u_n$ is positive since both k'_n and h'_n are negative for every n . As n increases, the term containing the Newtonian attraction becomes the dominant term in g/u . Its absolute value increases by two orders of magnitude between $n=2$ and $n=2000$, whereas the elastic contribution g_n^E/u_n has a spectrum that is much flatter over this range, being approximately $-0.2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

Spectral mean value of g/u

We now consider the case without load at the observation point, that is, $\sigma(\theta, \lambda) = 0$. We have, according to eqs (2.13) and (2.15):

$$g^{N,\text{local}}(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n^{N,\text{local}} \sigma_n(\theta, \lambda) = \pm \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi G \sigma_n(\theta, \lambda) = \pm 2\pi G \sigma(\theta, \lambda) = 0. \quad (2.22)$$

The local attraction term is zero. This case applies, for example, to the ocean tidal loading estimated inland, to the hydrological loading estimated in desert areas without any water in the soil, and to the loading by a glacier. Although there is no mass load locally, the gravity perturbation and vertical displacement due to a remote load are obviously not zero. The Newtonian attraction g^N only contains the global-attraction term $g^{N,\text{global}}$ given by eq. (2.11), which is significant only for the lowest degrees and tends rapidly to zero for $n \gtrsim 10$.

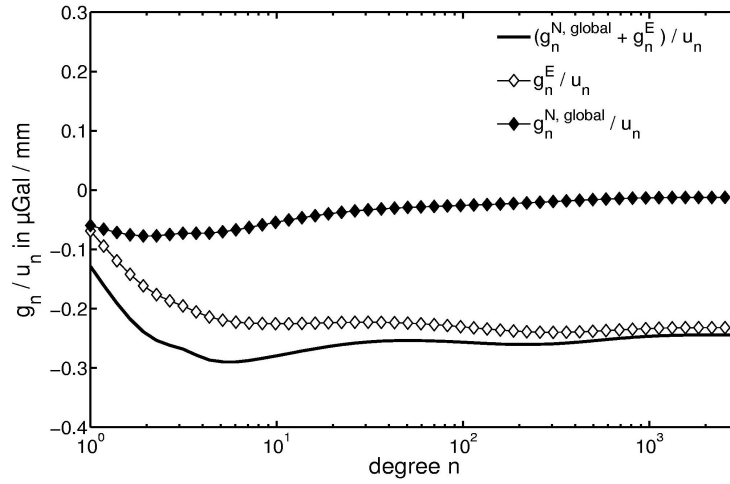


FIG. 2.2 – For no local mass load, spectral variation of the ratio g_n/u_n given by eq. (2.23) (full line). The contribution of the Newtonian-attraction term is shown by the filled diamonds and the elastic term by the open diamonds.

As a consequence, we now consider the following ratio:

$$\frac{g_n^{N,\text{global}} + g_n^E}{u_n} = \frac{g_0}{a} \left(\frac{1}{2h'_n} - 2 + \frac{(n+1)k'_n}{h'_n} \right). \quad (2.23)$$

Fig. 2.2 shows $g_n^{N,\text{global}}/u_n$, g_n^E/u_n and their sum as a function of n . Compared to g_n/u_n (full line in Fig. 2.1), the new ratio defined by eq. (2.23) (full line in Fig. 2.2) is not monotonously increasing with n , but, for $n \geq 2$, varies between $-0.2899 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for $n = 6$ and $-0.2444 \mu\text{Gal mm}^{-1}$

for $n = 3000$. We compute the spectral mean value of the ratio $(g_n^{N, \text{global}} + g_n^E)/u_n$ over different ranges of values for n . The mean value is much influenced by the smallest degrees ($n \lesssim 6$ and particularly $n = 1$ leading to $g_1/u_1 = -0.1286 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) but is a slowly increasing function of n_{max} , the maximum value considered for n . However, because g/u depends not only on the spatial coordinates as a combination of Legendre polynomials, but is also weighted by the spectral content of the source, the choice of the spectral range for the mean value is secondary. The average over degrees 2 (respectively 1) to 50 is $-0.2627 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (resp. $-0.2600 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). Thus, a strong degree 1 contribution may consequently lower the absolute value of g/u . We take $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ as a representative value for g/u outside the load irrespective of its spectrum. For comparison, the average over degrees 2 to 50 of the elastic ratio g_n^E/u_n (open diamonds in Fig. 2.2) has a smaller absolute value of $-0.22 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

2.3 Numerical application with global models of time variable surface loads

In this section, we compute the g/u ratio in the spatial domain for different kinds of surface loads using predictions of global models and relate these values to what we have found in our study in the spectral domain.

2.3.1 Methodology

We compute predictions for gravity and vertical displacement induced by three different surface loads: continental water balance (i.e. soil moisture + snow coverage), atmospheric pressure and ocean tides. We take a duration sufficiently long with respect to the time periods characterizing each load. We also consider that the loads are located on the Earth's surface so that they can be dealt with as a spherical 2-D distribution. Thus, for each time t , vertical displacements and gravity changes are computed following eqs (2.3) and (2.6) respectively, using the load Love numbers computed for the PREM model. For g , we compute the local attraction term $g_n^{N, \text{local}}$ separately using the second term of eq. (2.13) (resp. eq. 2.15) depending on whether the masses are located above (resp. below) the surface. The other terms of g are computed using eq. (2.11). This avoids Gibbs effects arising from slowly converging series, which leads to a residual load at places where it should be zero (Merriam, 1974, 1980). An example is given in Fig. 2.3 for the loading effect in gravity and vertical displacement due to the continental hydrological balance in March 2000. The map of gravity variation displays always smaller wavelengths than the map of vertical displacement. Gravity is indeed more sensitive to small wavelengths than vertical displacement because of the local Newtonian-attraction effect.

The surface load distribution changes with time and so do its harmonic coefficients:

$$\sigma(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sigma_n^m(t) Y_n^m(\theta, \lambda). \quad (2.24)$$

The relative weights of the harmonic degrees change with time because the time function is not the same for each harmonic degree n . Therefore we cannot separate time and space unless the time function is the same for every n , i.e. the time function of the load is the same everywhere over the Earth. We obtain for the ratio g/u :

$$\frac{g(\theta, \lambda, t)}{u(\theta, \lambda, t)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} g_n \sigma_n(\theta, \lambda, t)}{\sum_{n=0}^{\infty} u_n \sigma_n(\theta, \lambda, t)}, \quad (2.25)$$

i.e. we cannot eliminate time. Since g/u is not a linear combination of the coefficients of the load, g/u has not the same time dependence as the load.

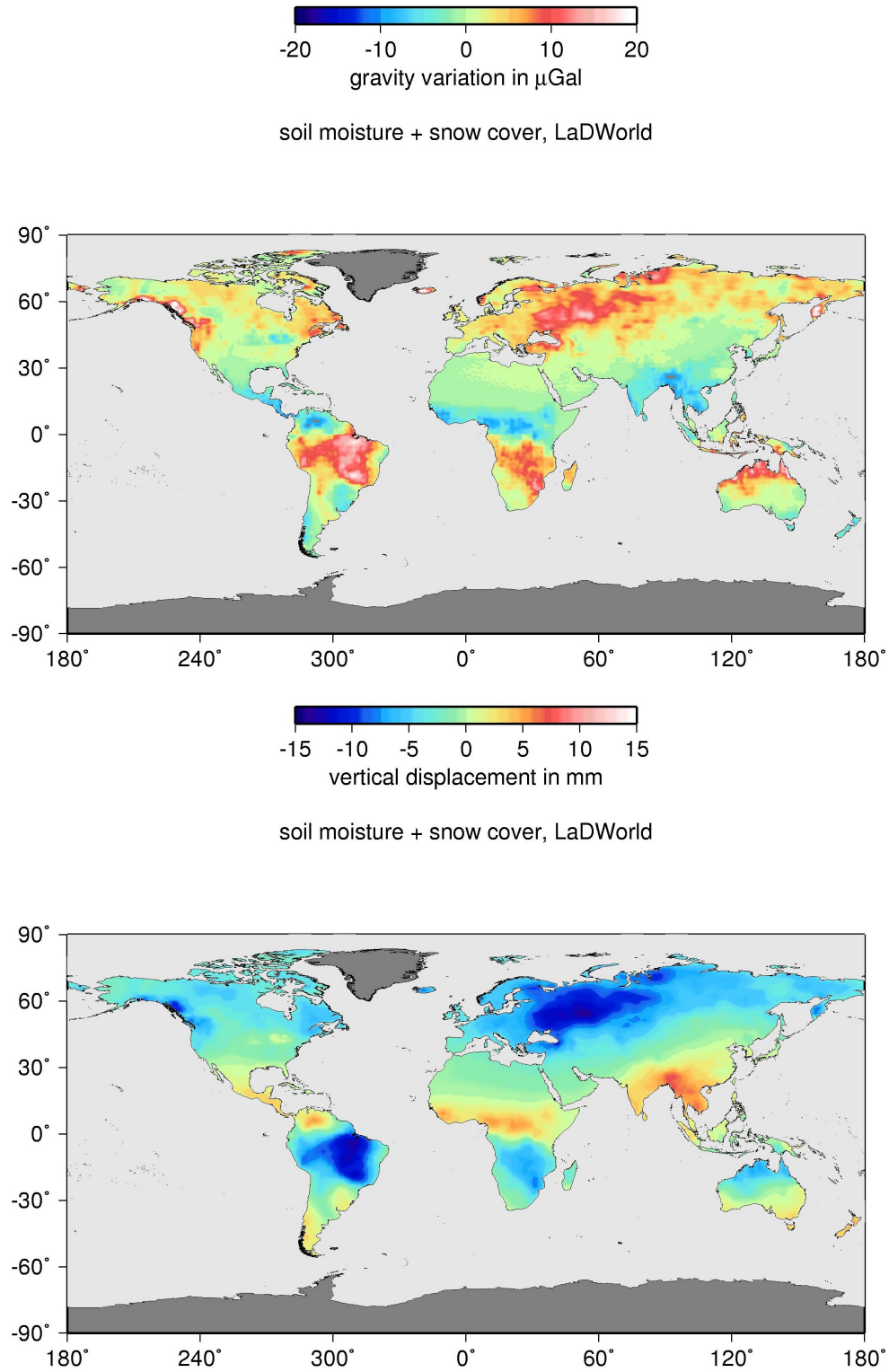


FIG. 2.3 – Gravity variation (top panel) and vertical displacement (bottom panel) computed for March 2000 from the prediction of the total water content (soil moisture and snow cover) by the LaD global hydrological model (Milly and Shmakin, 2002a). Greenland and Antarctica are excluded due to abnormally large snow accumulation in these areas.

However, let us consider a load with the same frequency everywhere. This is the case of a tidal wave of frequency ω . It is characterized by its amplitude $A(\theta, \lambda)$ and phase $\Phi(\theta, \lambda)$ depending on the geographical coordinates (θ, λ) . If we consider the complex load $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{\sigma}(\theta, \lambda, t) = A(\theta, \lambda) e^{i\Phi(\theta, \lambda)} e^{i\omega t} \quad (2.26)$$

then the load σ is the real part of $\tilde{\sigma}$. We can therefore separate time and space as follows:

$$\tilde{\sigma}(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\sigma}_n(\theta, \lambda) e^{i\omega t}. \quad (2.27)$$

We obtain for the complex ratio \tilde{g}/\tilde{u} :

$$\frac{\tilde{g}(\theta, \lambda)}{\tilde{u}(\theta, \lambda)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} g_n \tilde{\sigma}_n(\theta, \lambda)}{\sum_{n=0}^{\infty} u_n \tilde{\sigma}_n(\theta, \lambda)}. \quad (2.28)$$

Time is thus removed in the ratio \tilde{g}/\tilde{u} . It is clear that this does not hold for a combination of tidal waves. We can rewrite eq. (2.28) as follows:

$$\frac{\tilde{g}(\theta, \lambda)}{\tilde{u}(\theta, \lambda)} = \frac{A_g(\theta, \lambda) e^{i\Phi_g(\theta, \lambda)}}{A_u(\theta, \lambda) e^{i\Phi_u(\theta, \lambda)}}. \quad (2.29)$$

As a result, the amplitude of \tilde{g}/\tilde{u} at (θ, λ) is the ratio between the amplitude of gravity change A_g and the amplitude of vertical displacement A_u . The phase of \tilde{g}/\tilde{u} is the difference between the phase of gravity change Φ_g and the phase of vertical displacement Φ_u .

For loads that do not allow a separation of time and space, we remove time at each geographical point (θ, λ) by means of a linear regression of g versus u as illustrated by Fig. 2.4. This method avoids taking into account too large values (which occur when u is very small compared to g), as would be the case when computing the arithmetical mean. However, for single-frequency loads, such as ocean tidal waves, this method gives a biased ratio because g and u are not in phase, producing an ellipse in the u - g space. The ratio g/u is then obtained by computing the maximal amplitudes and phases of g and u for each (θ, λ) as detailed above.

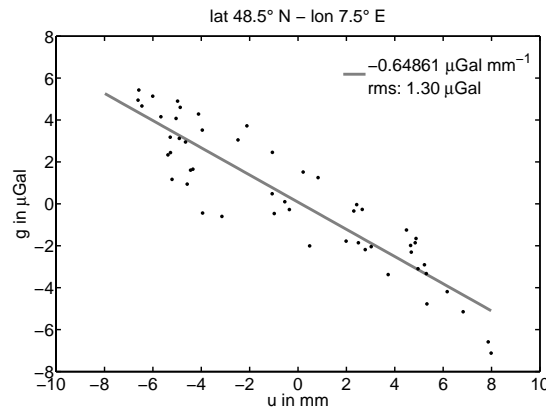


FIG. 2.4 – Estimate of the g/u ratio by linear regression of gravity variation g versus vertical displacement u at a specific geographical location. Each dot corresponds to a monthly prediction of g and u from January 2000 to April 2004 computed from the LaD hydrological model (Milly and Shmakin, 2002a).

The second step is the computation of the average of g/u over a given area, such as continents or specific rectangular zones including hydrological basins. We have confirmed that a simultaneous linear regression through time and space gives similar results.

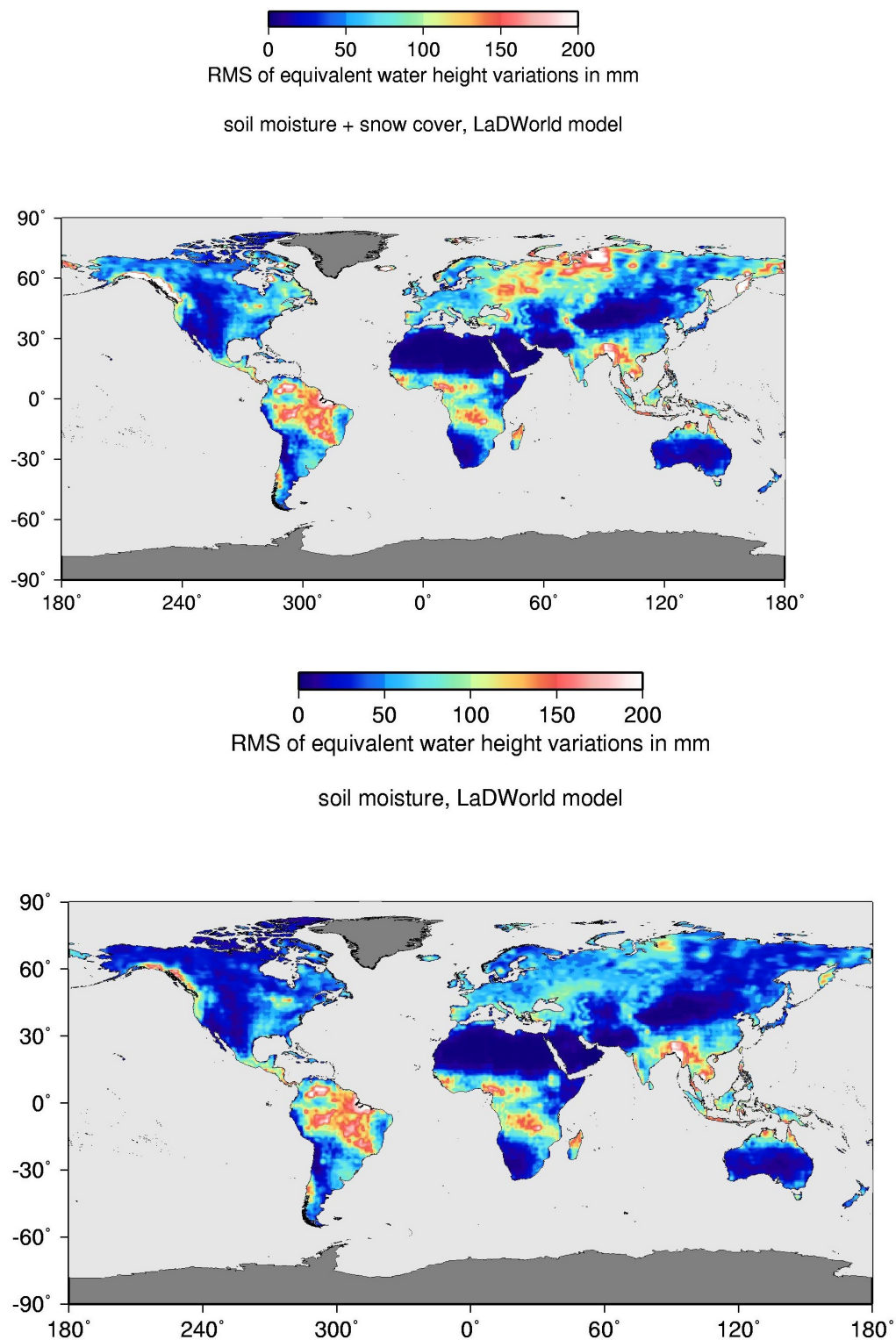


FIG. 2.5 – RMS of the monthly hydrological variations (in mm of equivalent water height) predicted by the LaD model from January 2000 to April 2004: soil moisture and snow cover (top panel), soil moisture only (bottom panel). Greenland and Antarctica are excluded due to abnormally large snow accumulation in these areas.

2.3.2 Description of the surface loads considered in this study

Hydrological loading

We use monthly predictions of the total water content given over a $1^\circ \times 1^\circ$ grid by the global model Land Dynamics (LaD) of Milly and Shmakin (2002a). The total water content consists of the sum of the soil moisture and the snow cover. We use the predictions of the “Danube” simulation spanning 4.3 years from January 2000 to April 2004. The time variations are obtained by subtracting the mean over this time period for each component (i.e. soil moisture and snow cover) at each point of the grid. However, abnormally large values are found in Greenland and Antarctica due to inadequate modeling of the behavior of ice sheets. Therefore, we have cancelled the hydrological signal over these areas. Moreover, for each monthly solution, we have added (or subtracted) a uniform water layer spread over the oceans in order to conserve the total mass of each component (i.e. soil moisture and snow). The Root Mean Square (RMS) of the resulting variations of the total water content over the 4.3 year time period is displayed in Fig. 2.5 (top panel) and the corresponding time-variable energy spectrum is shown in Fig. 2.6. The RMS of the soil-moisture variations is displayed in the bottom panel of Fig. 2.5.

Areas with a large signal due to strong precipitations during the monsoon are located in the equatorial zone. They spread over the main hydrological basins, such as the Orinoco, Amazon and Tocantins basins in South America, the Niger, Chad and Congo basins in Africa and the Brahmaputra and Mekong basins in South East Asia. The annual cycle of the hydrological basins located north of the meteorological equator has a 6-month phase-lag with respect to those located south. This explains the presence of two peaks per year, around March and September respectively, in the energy spectrum (Fig. 2.6). For example, it is well known that the Orinoco and Amazon basins are not in phase; neither are the Chad and Congo basins. As a consequence, the effective size of the loads is smaller than that shown in Fig. 2.5. A large signal is also found on the West coast of Canada, in Alaska, Siberia and over the Volga basin in Russia. These areas are characterized by substantial snow coverage in winter. Its melting in spring is partly responsible for the peak of energy around March at low degrees (particularly at degree 1) in the energy spectrum (Fig. 2.6). The spectral energy has its maximum around degree 5, which corresponds to a spatial half wavelength of 4000 km. This can be linked to the mean size of the largest hydrological basins over the world, which is constrained, in a first-order approximation, by the ocean-continent distribution whose spectral energy has its largest values at degrees $n \leq 5$ (Balmino et al., 1973). However, the load cannot be assumed as a pure degree 5. Moreover, the energy distribution over the harmonic degree changes with time. Thus, the spectrum is much flatter in December than in March.

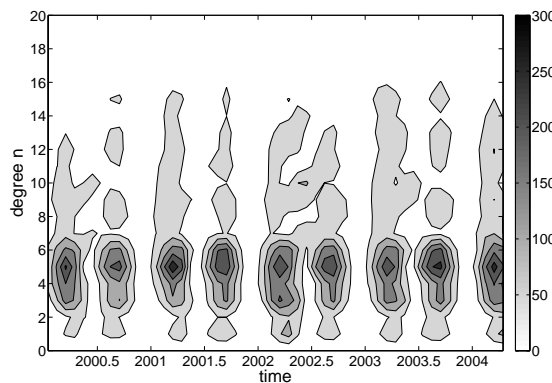


FIG. 2.6 – Degree variance (in mm^2) versus time of the total water content (soil moisture and snow cover) predicted by the LaD model. Contours are plotted every 50 mm^2 .

Atmospheric loading

We use 3-hour surface-pressure analyses of the European Center for Medium-Range Weather Forecast (ECMWF) given on a $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ grid. The investigated time interval spans 6 months from January to June 2004. The long-term mean value of the surface pressure has been subtracted at each point of the grid in order to get pressure variations. We assume that the oceans respond to surface-pressure changes as an Inverted Barometer (IB), which is a valid assumption for variations with periods exceeding several days (Boy et al., 2002). However, since the average of the pressure variations over the oceans is not zero, we must add (or subtract, depending on time) a uniform water layer spread over the ocean domain in order to conserve the total ocean mass. The RMS of the pressure variations over the oceans for the first 6 months of 2004 is however only 45 Pa, which is very small compared to the RMS of the variations over the continents displayed in Fig. 2.7. The corresponding time-variable energy spectrum is shown in Fig. 2.8.

The spatial distribution of the pressure variations is mainly characterized by a zonal distribution, with large amplitudes for high latitudes ($> 40^\circ\text{N/S}$) and small ones for low latitudes ($< 40^\circ\text{N/S}$). This leads to a peak of energy at harmonic degree 2 and azimuthal order 0. But, again, the ocean-continent distribution is responsible for a more complex spectrum than a pure degree 2 variation. Moreover, for a specific latitude, high altitudes lead to smaller pressure variations compared to those occurring at sea level. This is the case for the Tibetan Plateau and for the Andes between Chile and Argentina. The degree 5 contribution is also significant in the energy spectrum, as found for the continental water balance. This is due to both the ocean-continent distribution and the typical size of the atmospheric depressions and anticyclones. The energy distribution over the harmonic degrees is not constant with time. For example, 50 and 70 days after the beginning of the year, energy at degree 2 is particularly high. The temporal variations are not so regular than those of hydrological changes and have a higher frequency content.

Ocean tidal loading

We use amplitudes and phases for each tidal component on a $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ grid from the global ocean tide model TPXO6 (Egbert and Erofeeva, 2002). We focus on the M_2 , S_2 , K_1 and O_1 tidal waves separately. This allow us to separate time and space variations as explained in Section 2.3.1. Moreover, each wave has its own spatial structure and therefore a specific harmonic spectrum, which the ratio g/u must reveal.

We have computed the time-variable energy spectra over 48 hours for M_2 and K_1 (Fig. 2.9). The spectra are changing with time and, as expected, present two main peaks per constituent period. The spectrum shows a peak of energy at degrees $n=5$ and 6 for the semi-diurnal wave M_2 , whereas the spectrum of the diurnal wave K_1 presents a peak at degree $n=3$. We have checked that the energy spectrum for S_2 (resp. O_1) is similar to that of M_2 (resp. K_1), which indicates similar spatial patterns for the semi-diurnal wave group (resp. diurnal). The complexity is due to the ocean-continent distribution and the bathymetry generating resonances in basins and increases with frequency.

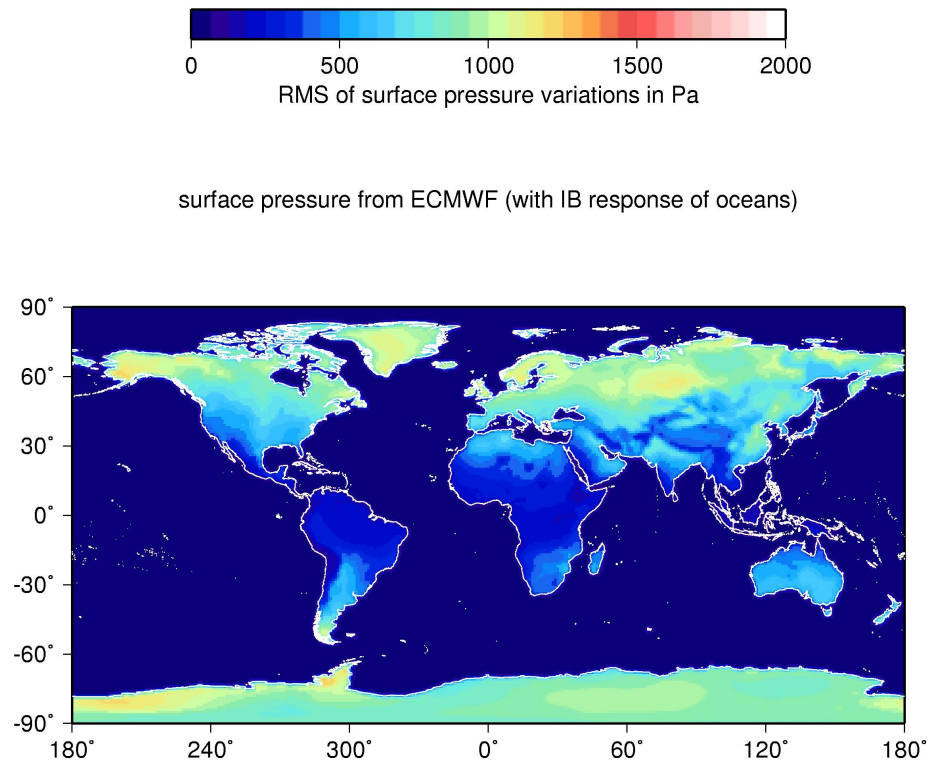


FIG. 2.7 – *RMS of the 3-hour surface-pressure variations (in Pa) predicted from January to June 2004 by the ECMWF model assuming the IB response of the oceans.*

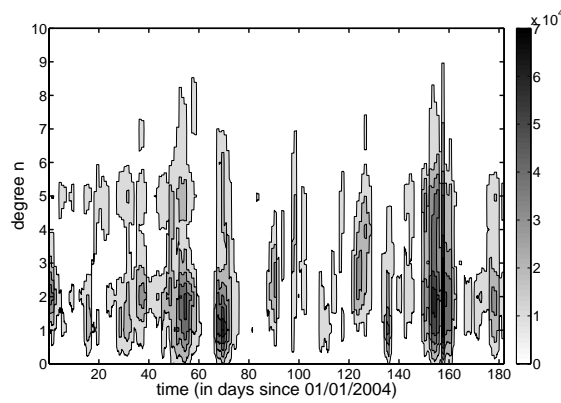


FIG. 2.8 – *Degree variance (in Pa^2) versus time of the surface-pressure variations predicted by the ECMWF model assuming the IB response of the oceans. Contours are plotted every 10^4 Pa^2 .*

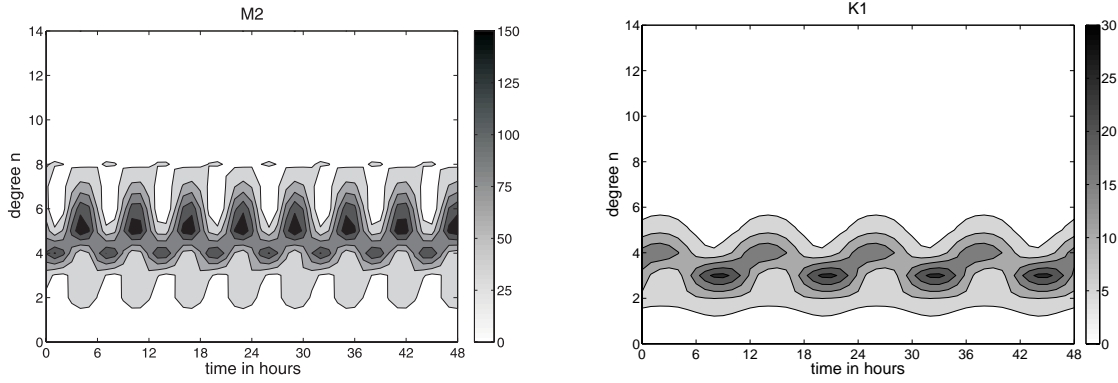


FIG. 2.9 – Degree variance (in cm^2) versus time of the water-height variations due to the M_2 (left-hand panel) and K_1 (right-hand panel) tidal waves. Contours are plotted every 25 cm^2 for M_2 and every 5 cm^2 for K_1 .

2.3.3 Results

Hydrological loading

For computing the gravity variation g due to soil moisture and snow cover, we consider the case where the masses are located below the surface. The local Newtonian-attraction term is then given by eq. (2.15), leading to negative values for g/u . This assumption becomes questionable for hydrological models of higher resolution. However, for the $1^\circ \times 1^\circ$ resolution considered, water is clearly located below the surface. Topography is not taken into account because of the low resolution of the models. However, its effect, through the local Newtonian-attraction term, should be included in a local model of water mass distribution by using a digital elevation model.

The top and bottom panels of Fig. 2.10 show the global map of g/u for the total water content (i.e. soil moisture and snow cover) and the soil-moisture component, respectively, that are displayed in the respective panel of Fig. 2.5. The averages of the ratio and corresponding RMS computed over various areas are given in Tables 2.1 and 2.2, respectively.

The mean ratio over the continents is $-0.87 \pm 0.57 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ when the total water content is taken into account (top panel of Fig. 2.10 and Table 2.1). This value is different from the value for a pure harmonic degree 5 variation, which is $-1.07 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (left-hand bottom panel of Fig. 2.1). Because the snow cover variations are mainly on the northern hemisphere (i.e. in Russia, Fennoscandia, Alaska and Canada), snow is responsible for strong variations of the degree 1 coefficient. Since, according to Fig. 2.1, g_n/u_n is larger for degree 1 than for the other degrees, we get a larger mean value for g/u if the snow cover variations are included in the model. If only soil-moisture variations are considered, we get a smaller ratio of $-0.97 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ (bottom panel of Fig. 2.10 and Table 2.2), which is closer to the value for a pure degree 5 variation.

Extreme values of g/u in the main hydrological basins are not systematically correlated to large hydrological variations. They rather depend on the basin size: the smaller the basin is, the larger the absolute value of the ratio. For example, g/u is $-1.73 \pm 0.61 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ over the northern part of Australia while it is $-1.43 \pm 0.35 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ over the Orinoco basin. This is due to the smaller size of the load in Northern Australia, which results in a smaller vertical displacement compared to the Orinoco, whereas gravity changes are quite comparable. The absolute value of g/u is then larger for small basins. This is also true for every island in the tropical band (e.g. in Indonesia), where there is a significant hydrological signal, in Mexico, where the load amplitude is not particularly large, and finally on the western coast of Canada, where the hydrological variations are concentrated on a narrow coastal area.

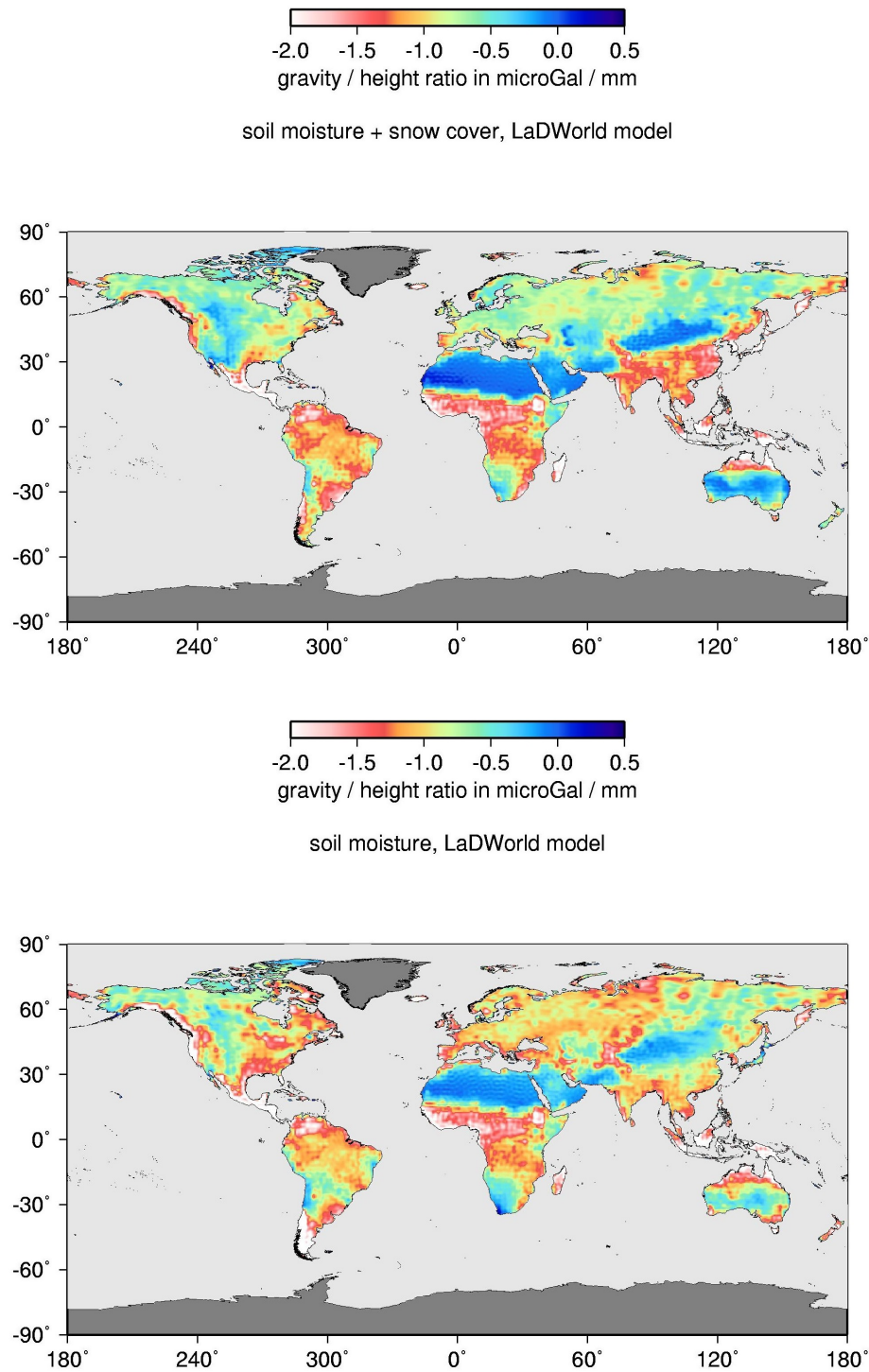


FIG. 2.10 – Ratio g/u (in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$) computed from January 2000 to April 2004 from the total water content predictions (excluding Greenland and Antarctica) of the LaD model: soil moisture and snow cover (top panel), soil moisture only (bottom panel).

Considering desert areas, such as Sahara and Arabia, Namibia, Mongolia, or areas with almost no precipitation, such as central Australia, we find much smaller absolute values for g/u because the local Newtonian term in g vanishes. The ratio g/u is then given by eq. (2.23). We find for Africa and Arabia a mean g/u ratio of $-0.14 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ close to the value found for a pure degree 1. However, if we do not include snow cover variations, g/u reduces to $-0.28 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. This value is very close to $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, the mean spectral value computed in Section 2.2.2, as well as to $-0.27 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, the mean spectral value found by James and Ivins (1998). It is noteworthy that this value is closer to the mean $(g_n^{N, \text{global}} + g_n^E)/u_n$ ratio than to the mean elastic ratio g_n^E/u_n as noticed by de Linage et al. (2006). In other words, the Newtonian attraction of water masses that are present in equatorial Africa for the monsoon is responsible for deviation of the g/u ratio from the elastic ratio.

Continents	Orinoco basin 2–13°N, 45–80°W	North Australia 11–20°S, 120–150°E	West Africa 0–12°N, 20°W–30°E	Europe 35–75°N, 10°W–30°E	Sahara and Arabia 15–30°N, 20°W–60°E
-0.87 ± 0.57	-1.43 ± 0.35	-1.73 ± 0.61	-1.55 ± 0.31	-0.74 ± 0.25	-0.14 ± 0.24

TAB. 2.1 – Mean ratios g/u and RMS in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$ computed for various continental areas from the total water-content (soil moisture and snow cover) predictions of the LaD model.

Continents	Orinoco basin 2–13°N, 45–80°W	North Australia 11–20°S, 120–150°E	West Africa 0–12°N, 20°W–30°E	Europe 35–75°N, 10°W–30°E	Sahara and Arabia 15–30°N, 20°W–60°E
-0.97 ± 0.54	-1.46 ± 0.40	-1.69 ± 0.50	-1.56 ± 0.33	-1.08 ± 0.32	-0.28 ± 0.26

TAB. 2.2 – Mean ratios g/u and RMS in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$ computed for various continental areas from the soil-moisture predictions of the LaD model.

Atmospheric loading

The gravity variation g is computed using eq. (2.13) for the local Newtonian-attraction term because the atmospheric masses are located above the measurement point. Therefore, positive values are generally found for g/u . Fig. 2.11 shows the global map of g/u for the atmospherical load displayed in Fig. 2.7. The averages of the ratio and the corresponding RMS computed over various areas are given in Table 2.3.

The mean value on the continents is $0.38 \pm 0.22 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, indicating a spectral content richer in high degrees than a pure zonal degree 2 that would give $0.14 \mu\text{Gal mm}^{-1}$; it is also smaller than $0.50 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ that would result from a pure degree 5 excitation (right-hand bottom panel of Fig. 2.1). The zonal structure of the pressure field shown in Fig. 2.7 is still recognizable: larger values are found for high latitudes; as shown in Table 2.3, the averaged g/u is $0.49 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for latitudes higher than 40° while it is $0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for lower latitudes. But, for high latitudes, the ratio takes larger values on the coasts than inside the continents, which leads to larger RMS for these latitudes. In particular, the largest values are found on peninsulas, such as Fennoscandia, and *a fortiori* on islands, such as Iceland, New Zealand and Newfoundland, where g/u is largest, $2.63 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. Indeed, since pressure variations are compensated over the ocean because of the IB effect, they only act on a small area and do not yield large values of u because the spatial

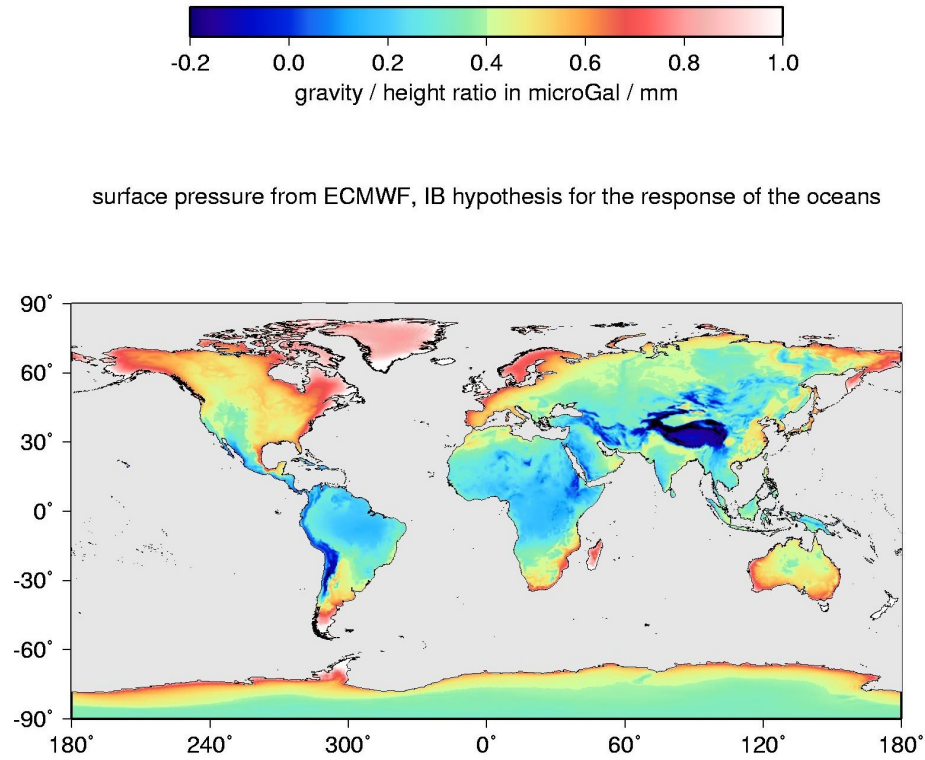


FIG. 2.11 – Ratio g/u (in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$) computed from January to June 2004 from the surface-pressure predictions of the ECMWF model assuming the IB response for the oceans.

Continents	High latitudes > 40°N/S	Low latitudes 40°S–40°N
0.38 ± 0.22	0.49 ± 0.23	0.30 ± 0.18

TAB. 2.3 – Mean ratios g/u and RMS in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$ computed for various continental areas from the surface-pressure predictions of the ECMWF model assuming the IB response of the oceans.

extent of the load is too small to provide a significant vertical deformation. The value of g is large because of the Newtonian attraction of the local atmospheric masses showing large variations on these high-latitude islands. In Siberia, pressure variations are also significant, but since they act over a large continental area, u is larger than over islands while g is similar, which leads to a smaller ratio g/u around $0.4 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. This also holds for central Antarctica.

The smallest values of g/u are found for high-altitude areas, such as the Tibetan Plateau (where the mean value of g/u is $-0.16 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) and the Andes. For a specific latitude, pressure variations are smaller there than for lower altitudes. Values of g/u are negative, suggesting that g/u is given by eq. (2.23), i.e. the local attraction term in gravity is zero. However, pressure variations are not zero and are even about two times larger than those occurring in central Africa. The value of g/u is positive there, indicating that the local attraction term is not zero despite the small variability of the load. Moreover, dispersion of points around the regression line for a given location is larger for the Tibetan Plateau and the Andes than for central Africa: this suggests a complex behavior and such values must be interpreted with caution. In order to explain such negative values for places where small but non-zero pressure variations occur surrounded by high-variability areas, we invoke two processes:

- a regional-scale effect only considering the small pressure changes on the Tibetan Plateau. This leads to a positive g/u value.
- a continental-scale effect assuming pressure variations outside the Tibetan Plateau (e.g. in Northern India because of the monsoon). The value of g/u is then given by eq. (2.23) and is around $-0.28 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

The effective ratio is a combination of both effects.

Ocean tidal loading

Compared to the previous cases of loading, ocean tides are of special interest because the ratio g/u is computed only on the continents, i.e. outside the load, and possibly at a large distance from it. Therefore, the local Newtonian-attraction term in g is zero over the continents. Thus, we only consider the terms given by eq. (2.11) for computing g . For each degree n , g_n/u_n is then given by eq. (2.23).

Fig. 2.12 shows the global maps of the amplitude and phase of g/u for the M_2 and K_1 ocean tidal waves; Fig. 2.14 shows a zoom of Fig. 2.12 for Europe. The averages of the ratio and corresponding RMS computed for the continents and Europe for the M_2 , S_2 , K_1 and O_1 waves are given in Table 2.4.

The mean phase of g/u is 180° for each wave (Fig. 2.12 and Table 2.4) because g/u is negative according to eq. (2.23) and Fig. 2.2. Occasionally, the phase departs from this mean value, as for K_1 in Europe, where it reaches 270° as shown in Fig. 2.14. This could have been a problem when estimating g/u by a linear regression.

The phase can also rapidly change at some places. This occurs when g is very small compared to u , which is the case at the gravity nodal points. However, these nodes are very close to those of the vertical displacement. At these locations, g/u is very large because u is nearly zero. As a consequence, we generally obtain in the g/u amplitude map very large values in the vicinity of very small ones corresponding to a node in u and a node in g , respectively. Fig. 2.13 shows the amplitude and phase in gravity and vertical displacement due to M_2 . Nodes of g are more easily detectable in the phase: some of them are located in eastern Russia and western U.S.A. for example. They correspond to nodes of g/u . Nodes of u are located close to the nodes of g , in northern China and California for example.

The mean values of the amplitude of g/u over the continents are larger for the semi-diurnal (i.e. $0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for M_2 and S_2) than for the diurnal waves (i.e. 0.17 and $0.18 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for K_1 and O_1 , respectively). This is consistent with the fact that the diurnal waves have a spectral

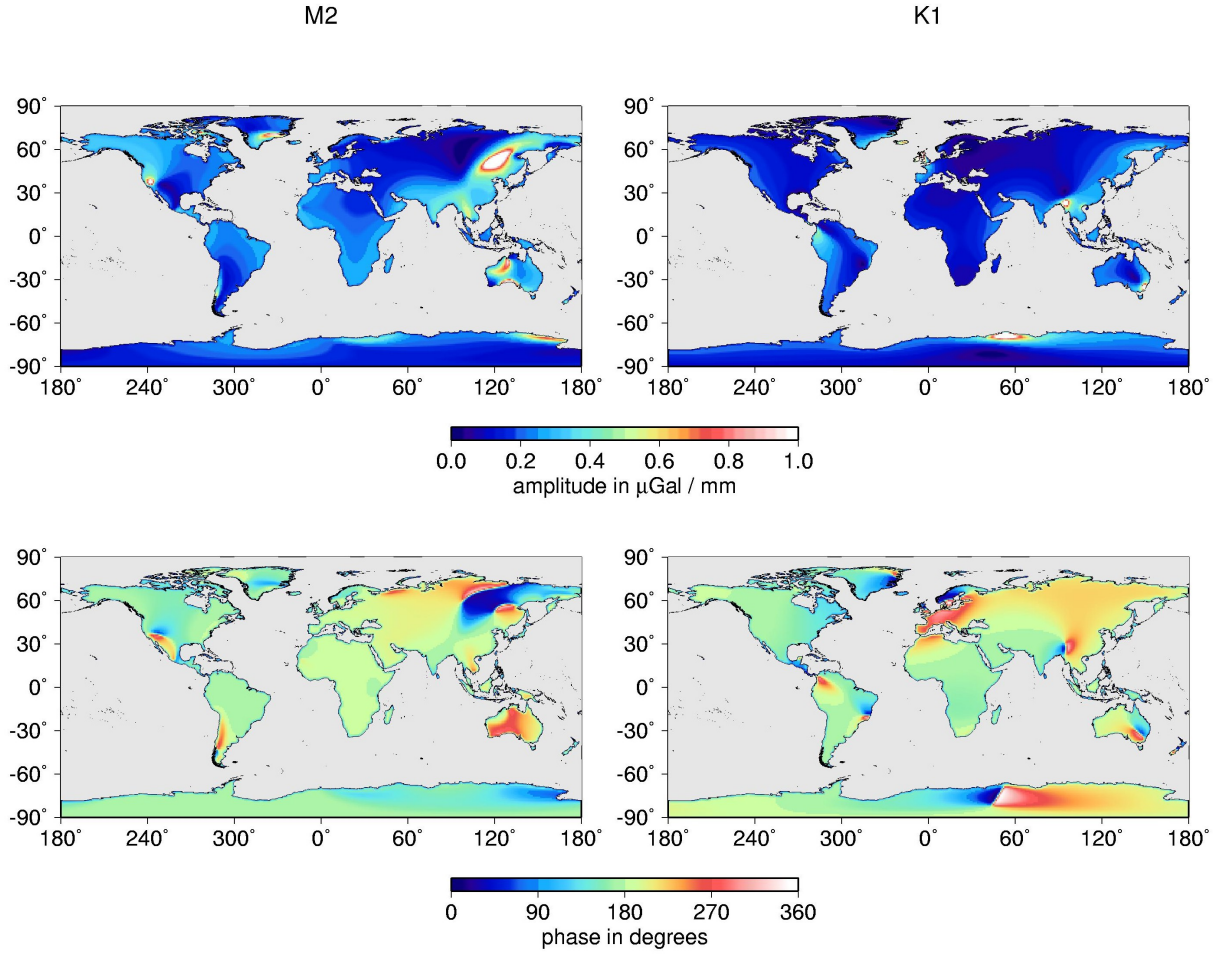


FIG. 2.12 – Amplitude (top panels) and phase (bottom panels) of the ratio g/u (in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$) for the M_2 and K_1 tidal waves computed from the TPX06 model.

	Continents				Europe			
	M_2	S_2	K_1	O_1	M_2	S_2	K_1	O_1
Amplitude	0.26	0.26	0.17	0.18	0.21	0.20	0.16	0.11
	± 0.25	± 0.18	± 0.19	± 0.15	± 0.05	± 0.06	± 0.35	± 0.05
Phase	180	184	185	185	187	194	234	228
	± 36	± 39	± 37	± 33	± 13	± 15	± 76	± 18

TAB. 2.4 – Mean amplitude (in $\mu\text{Gal mm}^{-1}$) and phase (in degrees) and corresponding RMS of the ratios g/u computed for all continents and Europe for the M_2 , S_2 , K_1 and O_1 tidal waves from the TPX06 model.

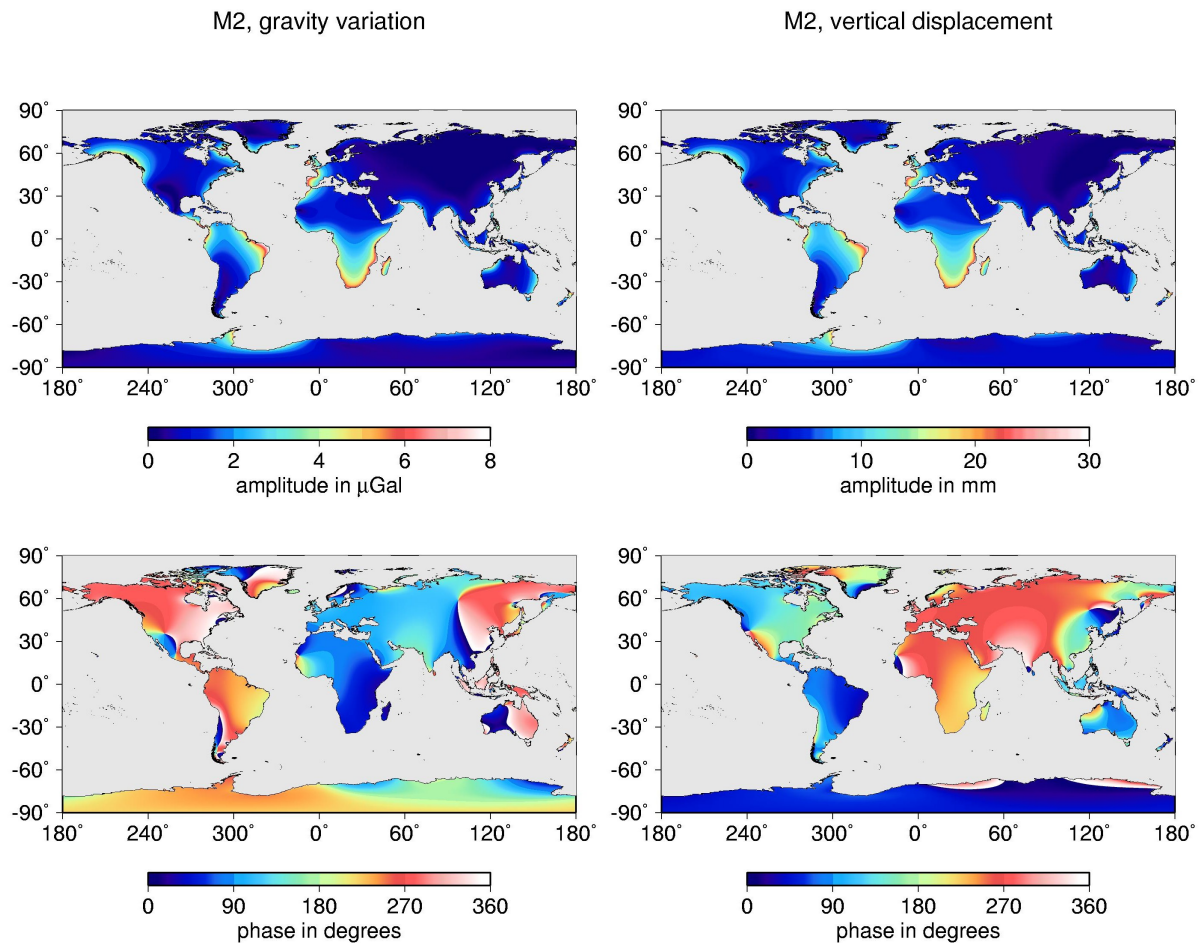


FIG. 2.13 – Amplitude (top panels) and phase (bottom panels) of the gravity change g (left-hand panels) and vertical displacement u (right-hand panels) due the M_2 tidal wave.

content that is richer in small degrees than that of the semi-diurnal waves because the absolute value of g_n/u_n is a weakly increasing function of n . We notice that $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ is exactly the value that de Linage et al. (2007) proposed for the ratio g/u outside the load, although they gave the same weight to each degree n of the energy spectrum and averaged the g_n/u_n ratios over $n=1-50$. Thus, the higher degrees were given too much weight in comparison to the smaller ones. This is why the values found for the diurnal waves are smaller. Thus, the reasoning of de Linage et al. (2007) is questionable when the load energy is concentrated at very low degrees ($n=2$ and 3), but remains valid in other cases, even for loads that have their peak energy around $n=5$ and 6 .

Fig. 2.14 shows the spatial variation of g/u in Europe. The amplitude of g/u globally decreases from west to east for both waves, with a stronger gradient for K_1 . The phase-lag between vertical displacement and gravity is 180° everywhere for M_2 , whereas it is about 270° in continental Europe for K_1 . The interpretations are quite different for M_2 and K_1 waves. This is due to the different spatial distributions of the ocean masses, as shown in Fig. 2.15.

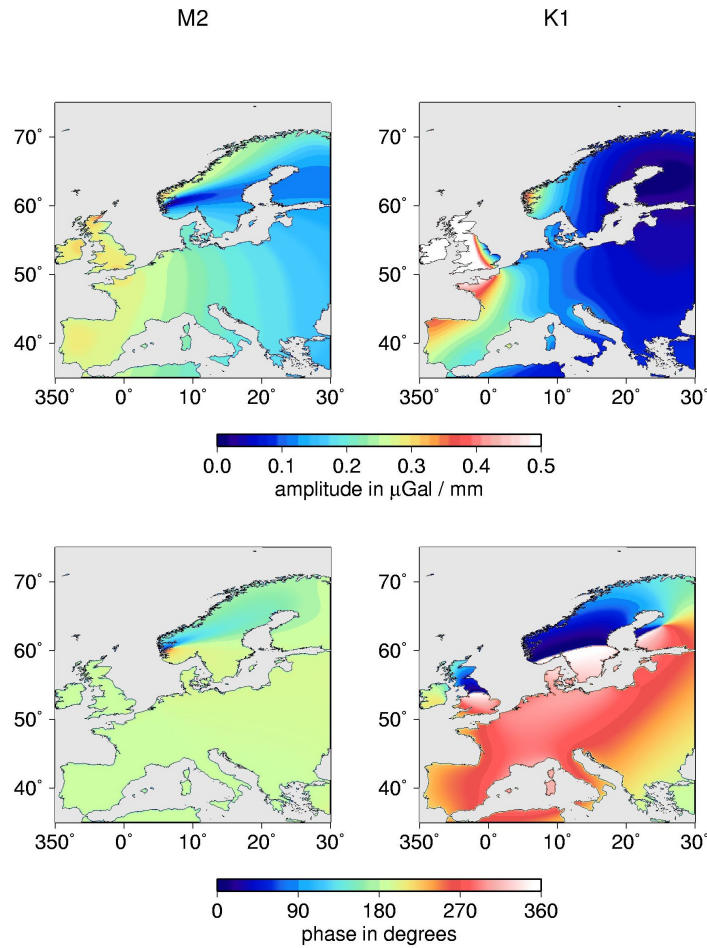


FIG. 2.14 – Zoom of Fig. 2.12 for Europe.

For M_2 , the main contribution originates from the Atlantic Ocean, consisting in a south-north propagation. There is also a small contribution from the North Sea because of a node (amphidrome). As a result, the absolute values of g and u decrease from west to east. The Newtonian attraction of the ocean masses diminishes with the distance to the western coasts of Europe. Hence, g decreases faster than u . Far from the load, the Newtonian attraction is effectively zero; the ratio g/u is then close to the elastic ratio, which results in smaller absolute values (around $0.16 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) than

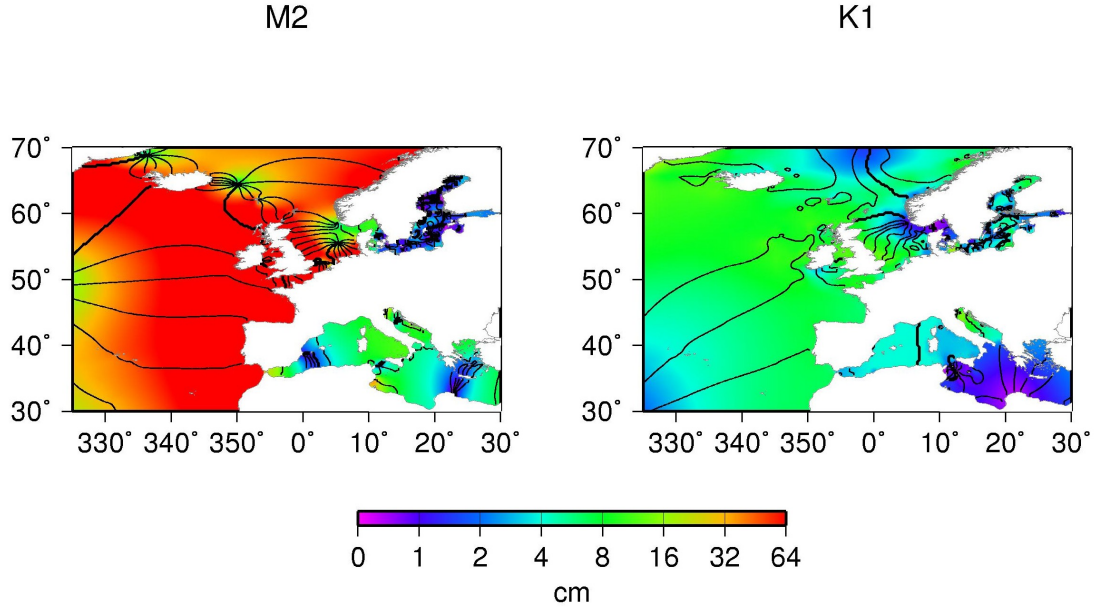


FIG. 2.15 – Amplitude (in cm) and phase (30° contours, the bold line being the 0° contour) of the M_2 and K_1 tidal waves along the coasts of Europe from the TPX06 model.

those in the vicinity of the load (around $0.27 \mu\text{Gal mm}^{-1}$), as shown in Fig. 2.2. The values of g and u have opposite signs, resulting in a phase-lag of 180° .

For K_1 , the amplitudes are small (below 10 cm) in the Atlantic Ocean and the North Sea. The vertical displacement is therefore small in Europe, with a node between Great Britain and Ireland. However, gravity is more sensitive to the water masses propagating in the Atlantic Ocean and North Sea. The value of g therefore decreases from west to east because the Newtonian-attraction term decreases. The ratio g/u is larger in Great Britain (i.e. at the node of u), reaching about $0.9 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, and decreases eastwards, reaching very small values (around $0.06 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). It is mainly influenced by g because u is almost constant in continental Europe. We interpret the phase-lag of about 270° between g and u as a result of the higher sensitivity of g to the local masses compared to u . The mean value found for g/u (i.e. $0.16 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) is quite different from $0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, which is the theoretical value for g/u outside the load.

2.4 Conclusion

In this study, we have aimed at relating typical values of the gravity-to-height ratio g/u on a loaded surface of a spherical earth model deduced from the spectral domain without considering the spectral properties of the load, to numerical results in the spatial domain by using global models of loads (i.e. continental water balance, surface atmospheric pressure and ocean tides).

The spectral study has consisted in investigating the spectral behaviour of the ratio g_n/u_n of the harmonic components of the gravity variation and vertical displacement. Although g_n/u_n is not the degree n term of the gravity-to-height ratio because of the non-linearity of the ratio, its study as a function of n has allowed the prediction of spatial characteristics of g/u . Thus, we have shown that the ratio g_n/u_n increases with degree n because of the Newtonian attraction of the local masses, resulting in large absolute values of g/u in the presence of local masses. When considering the spectral behaviour of g_n/u_n outside the load, the local Newtonian attraction is insignificant and g_n/u_n becomes smoother with respect to the degree n . It differs from the elastic ratio g_n^E/u_n by the Newtonian attraction of the remote masses. Both ratios are negative. Their absolute value

is smaller at very low degrees and rapidly stabilizes for $n \gtrsim 6$, which allows us to propose mean spectral values of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for the g/u ratio outside the load and $-0.22 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ for the elastic ratio g_n^E/u_n .

In the spatial domain, g/u is highly sensitive to the presence of local masses and more precisely to: (1) their position with respect to the point where g is estimated, determining the sign of g/u (i.e. positive for masses located above and negative for masses located below), (2) their size, responsible for a large variability of g/u from one load to another (the smaller the size of the load, the larger g/u). A typical example is given by a hydrological or atmospheric load acting on an island. In the case of hydrological loading, we have found a large variability of g/u from one basin to another, ranging from $-0.74 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ in Europe to $-1.73 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ in North Australia. It can even reach $-2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ on some tropical islands. For atmospheric loading, the limits of the load are formed by the coasts because of the IB assumption for the oceans, and, to a smaller extent, by regions of high altitude. Therefore, the largest values of g/u (up to $2.63 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ in Newfoundland) are found near the coasts for high latitudes (i.e. $> 40^\circ\text{N/S}$), where the contrast of the effective surface pressure over continent and ocean is stronger than for lower latitudes. A smaller mean value has been found for low latitudes ($0.30 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) than for high latitudes ($0.49 \mu\text{Gal mm}^{-1}$) because the pressure variations are smaller, reducing the edge effects of the coasts. Therefore, the high variability of g/u computed where the load is not zero does not allow us to infer a constant ratio and results in a difficult interpretation of g/u .

We have found a negative g/u ratio with small absolute values for locations outside the areas of largest loading. This occurs for locations outside the load, such as deserts in the case of hydrological loading and continents for oceanic loading, and also in regions of high altitude, such as the Tibetan Plateau and the Andes, in the case of atmospheric loading. If the soil-moisture component is considered as the only hydrological load, the mean g/u ratio is $-0.28 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ in the Sahara and Arabia, which is very close to the mean spectral value of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. The discrepancy between this mean g/u and $-0.22 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, the mean spectral value of the elastic ratio, is well explained by the remote attraction of the water masses located in equatorial Africa. However, if we add the snow-cover component, the absolute value of g/u is lowered by one half, because of the large degree 1 contribution and its strong impact on the g/u ratio, as expected from the spectral study of g_n/u_n . The mean g/u ratio on the continents for the semi-diurnal tidal waves M_2 and S_2 is exactly the spectral mean value of $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. However, a smaller mean absolute value is found for the diurnal tidal waves K_1 and O_1 (i.e. about $-0.17 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). This discrepancy is explained by the presence of very low degrees (around $n = 3$), which reduces the absolute value of g/u . In Europe, the mean absolute values of g/u are smaller than the global mean values. A west-east gradient is observed. For M_2 , the values vary from -0.27 to $-0.16 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ from west to east, corresponding to the decrease of the water-mass attraction.

Conclusion

Bilan de la partie

Nous avons étudié les caractéristiques du rapport $\Delta g/\Delta h$ d'un point de vue théorique et numérique dans le cas de la surcharge d'une Terre élastique, sphérique, stratifiée et non rotative.

Le rapport est principalement dominé par le terme d'attraction de la charge locale. La position de cette dernière par rapport au point où la variation de gravité est calculée (ou mesurée) détermine jusqu'au signe du rapport. De plus, la valeur du rapport dépend fortement des caractéristiques spatiales de la charge et notamment de la présence de courtes longueurs d'onde.

La partie élastique du rapport — constituée du gradient à l'air libre et de l'effet de redistribution des masses — présente une sensibilité à peu près égale à tous les degrés de la charge, mais néanmoins plus importante aux très bas degrés. Sa valeur limite aux très hauts degrés peut être interprétée en terme de gradient de Bouguer calculé avec la densité de la croûte *à condition que celle-ci soit incompressible*. Ce résultat peut être généralisé à toute distribution de charge à la surface d'une Terre dont seule la croûte est incompressible. Cependant, pour une Terre entièrement compressible, cette interprétation se révèle fautive: la valeur limite de la partie élastique du rapport est 16% plus fort (en valeur absolue) que le gradient de Bouguer calculé avec la densité de la croûte. En effet, la présence d'une croûte compressible produit une déformation verticale plus importante que celle d'une croûte incompressible pour un même effet gravitationnel de redistribution des masses.

Le rapport $\Delta g/\Delta h$ calculé en dehors de la charge correspond à la somme de la partie élastique et de l'effet d'attraction de la charge distante. Nous avons montré qu'il était remarquablement peu sensible au degré de la charge ce qui nous a autorisé à proposer sa moyenne spectrale — égale à $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ — comme valeur caractéristique du rapport à l'extérieur des masses. Cette valeur est sensiblement différente de la valeur moyenne de la partie élastique du rapport, montrant ainsi l'effet d'attraction de la charge à grande distance.

Le calcul du rapport pour des calottes sphériques de différents rayons et à des distances angulaires inférieures à 60° donne une valeur moyenne de $-0.21 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, soit un accord acceptable à 20% avec la valeur moyenne spectrale.

L'étude du rapport dans le domaine spatial pour différentes distributions globales de charge a confirmé les conclusions déduites de l'étude dans le domaine spectral. Ainsi, le rapport est très variable en fonction de la taille et de la position des masses par rapport au point de calcul (ou de mesure) de la variation de la gravité. Il est compris entre -2 et $2 \mu\text{Gal mm}^{-1}$. Pour la surcharge atmosphérique, il est généralement positif car les masses sont localement au-dessus du gravimètre alors que pour la surcharge hydrologique, il prend des valeurs négatives car les masses d'eau sont supposées être localement au-dessous du gravimètre. Plus la taille de la charge est réduite, plus la valeur absolue du rapport est grande. Ceci est très visible dans le cas de la surcharge hydrologique où le rapport est avant tout sensible à la taille des bassins hydrologiques plutôt qu'à l'amplitude du signal. Pour la surcharge atmosphérique, le rapport dépend aussi de la taille de la charge: il est maximum dans les îles ou le long des côtes aux moyennes et hautes latitudes. Mais il dépend aussi, au premier ordre seulement, de l'amplitude du signal, c'est-à-dire de la latitude.

Dans les zones où le signal est presque nul, par exemple dans les zones désertiques ou dans les régions de très haute montagne, le rapport est négatif et proche de la valeur moyenne calculée dans le domaine spectral: ainsi, dans le Sahara et dans la péninsule arabique la valeur moyenne du rapport est égale à $-0.28 \mu\text{Gal mm}^{-1}$.

La surcharge due à la neige montre que le degré 1 (reflétant la différence de distribution entre les deux hémisphères) de la charge diminue sensiblement la valeur absolue du rapport lorsque les déplacements verticaux sont calculés dans le repère lié au centre de masse du système {Terre + charge}.

Dans le cas de la surcharge créée par les ondes semi-diurnes, le rapport moyen calculé sur les continents est égal à $-0.26 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, soit la valeur prédite. Les ondes diurnes ayant une

distribution spatiale à plus grande longueur d'onde que les précédentes, le rapport moyen calculé est plus faible ($-0.17 \mu\text{Gal mm}^{-1}$). L'amplitude du rapport n'est cependant pas constante: en Europe, elle décroît d'Ouest en Est en s'éloignant des côtes.

Importance des effets locaux dans les variations de gravité

Les effets locaux ont une très forte influence sur le rapport, par l'intermédiaire du terme d'attraction locale de la variation de gravité. Ce terme est difficile à modéliser correctement du fait de la nécessité de connaître précisément la position des masses (eau contenue dans le sol, masses d'air) par rapport au gravimètre. Ceci nécessite la prise en compte de la topographie locale, pour la charge hydrologique (Longuevergne, 2008, chapitre 7), ou régionale, pour la charge atmosphérique (Boy *et al.*, 2002), *via* un modèle numérique de terrain de résolution adaptée. La connaissance de la distribution locale de la charge est aussi nécessaire, *via* un modèle stratifié de l'atmosphère (Boy *et al.*, 2002; Neumeyer *et al.*, 2004a) ou des mesures hydrologiques fournies par des sondes et des piézomètres (Longuevergne, 2008, chapitre 7). Ainsi, ce dernier modélise l'effet gravimétrique des variations de teneur en eau dans le premier mètre du sol dans un rayon de 100 m autour de la station gravimétrique de Strasbourg en plaquant une lame d'eau d'épaisseur constante sur la topographie de la station. Il trouve une admittance de $-0.0305 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ entre les variations de gravité et les variations d'épaisseur de cette lame d'eau, ce qui représente un écart d'environ 30% par rapport à la valeur de $-0.042 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ correspondant au cas où les masses sont situées au-dessus de la station.

Deuxième partie

Apport de la mission de gravimétrie spatiale GRACE

Chapitre 1

La mission GRACE

1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude des solutions de champ de gravité variable élaborées à partir des données de la mission de gravimétrie spatiale GRACE ^a. Nous avons en effet été amenés à utiliser ces solutions pour estimer les variations de contenu en eau du sous-sol intégrées sur un ensemble de bassins d'Europe continentale, les comparer aux variations de gravité correspondantes mesurées à terre par les gravimètres supraconducteurs du réseau GGP ^b (chapitre 2), ou déterminer la signature du séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004 dans le champ de gravité (chapitre 3).

L'objectif de ce chapitre est de montrer l'apport mais aussi les limites de ces nouvelles données pour la connaissance de l'hydrologie à grande échelle.

Après avoir présenté la chaîne de traitement aboutissant aux solutions de champ de gravité variable, nous considérerons deux jeux de données constitués par les solutions élaborées par deux centres de traitement différents: le CSR ^c et le GRGS ^d. Nous comparerons les contenus spectraux de ces deux jeux de solutions, notamment les importances respectives du signal et du bruit.

La comparaison entre les fonctions de transfert d'un modèle de Terre sphérique, stratifié, élastique et non rotatif soumis à une charge hydrologique mettra en évidence l'intérêt, d'un point de vue théorique, de la mesure spatiale des variations du champ de gravité pour la restitution de la charge hydrologique par rapport à d'autres observables, notamment le déplacement vertical.

Nous montrerons l'effet de différents types de filtre appliqués aux solutions GRACE sur la réduction du bruit et la restitution du signal et discuterons de la résolution spatiale pouvant être atteinte par les champs de gravité GRACE.

Enfin, nous comparerons la variation saisonnière prédite par les modèles hydrologiques globaux et celle observée par la mission GRACE.

1.2 Présentation et objectifs de la mission GRACE

1.2.1 Bref historique de la gravimétrie spatiale

Avant la mission CHAMP ^e lancée en 2000, les données de télémétrie laser sur plusieurs satellites étaient combinées pour produire un modèle statique de champ de gravité global. Ainsi, le modèle GRIM5-S1 utilisait les données de 21 satellites à différentes altitudes (Biancale *et al.*, 2000). Sa précision était de 10 cm en hauteur de géoïde à la résolution de 600 km (demi-longueur d'onde). Il atteignait une résolution de 200 km. Avec la mission CHAMP, un champ de gravité a pu être construit à partir d'une seule mission satellitaire: par exemple, le modèle EIGEN-CHAMP03S ^f représentait une nette amélioration par rapport aux champs précédents car il atteignait 5 cm de précision à 400 km (Reigber *et al.*, 2004). La mission GRACE a permis, parallèlement à l'élaboration de modèles variables de champ de gravité, l'amélioration de la précision des modèles statiques de champ, comme avec EIGEN-GRACE02S qui atteint une précision de 1 cm à 275 km de résolution (Reigber *et al.*, 2005). La mission GOCE ^g — dont le lancement du satellite est prévu pour septembre 2008 — permettra d'atteindre une résolution de 100 km à moins de 1 cm de précision. Ces gains en résolution et en précision viennent de la faible altitude de ces satellites (initialement à 500 km pour GRACE et 460 km pour CHAMP, 260 km pour GOCE) et de techniques de mesures de plus en plus précises: la poursuite de ces satellites bas par les satellites hauts du système

a. «Gravity Recovery And Climate Experiment»

b. «Global Geodynamics Project»

c. «Center for Space Research», Université du Texas

d. Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale, Centre National d'Études Spatiales, Toulouse

e. «Challenging Mini-satellite Payload»

f. «European Improved Gravity model of the Earth by New techniques solely from CHAMP Satellite data»

g. «Gravity-Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer»

GPS (CHAMP, GRACE, GOCE) et la poursuite entre deux satellites (GRACE) ou la mesure du gradient de gravité (GOCE).

La figure 1.1 compare les spectres d'amplitude de l'erreur en fonction de la demi-longueur d'onde pour différents modèles statiques de champ de gravité.

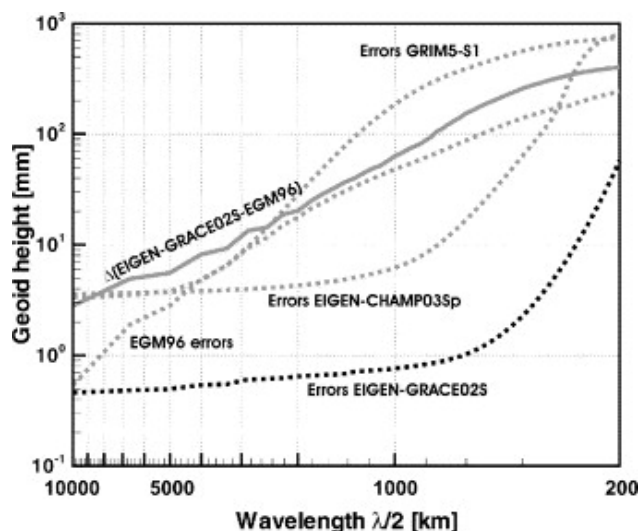


FIG. 1.1 – Spectres d'amplitude de l'erreur (exprimée en hauteur de géoïde) sur les composantes du champ de gravité en fonction de la demi-longueur d'onde pour les modèles EGM96, GRIM5-S1, EIGEN-CHAMP02S et EIGEN-CHAMP03Sp (cf tableau 1.1 pour la correspondance entre demi-longueur d'onde et degré harmonique). D'après Reigber et al. (2005).

Degré	10	20	30	40	50	60	73	100	150	160	200
Résolution (km)	2000	1000	667	500	400	333	275	200	133	125	100

TAB. 1.1 – Correspondance entre degré harmonique et résolution spatiale (i.e. demi-longueur d'onde). La résolution spatiale (en km) pour le degré n est donnée par la relation $20\,000/n$.

1.2.2 Généralités

La mission GRACE est une collaboration entre les agences spatiales américaine NASA^h et allemande DLRⁱ. Les satellites ont été mis sur orbite le 17 mars 2002 et les premières données ont été acquises en avril 2002. La mission, initialement prévue pour une durée de 5 ans, a été prolongée jusqu'en 2009.

L'objectif scientifique de cette mission est la restitution des variations de la distribution des masses dans l'hydrosphère et dans la Terre profonde à des échelles temporelles allant du mois à quelques années et avec une résolution spatiale maximale de 400 km (Tapley *et al.*, 2004). En outre, elle a pour but l'amélioration de la précision des modèles statiques de champ de gravité à grande échelle (jusqu'à 275 km), reflétant la distribution des masses à l'intérieur de la Terre. Les variations de masse dans l'hydrosphère concernent, en domaine continental, l'eau de surface (humidité du sol, eau des fleuves, rivières et lacs), l'eau souterraine des nappes phréatiques, la couverture neigeuse, les glaciers et les calottes de glace. En domaine océanique, elles sont dues aux courants océaniques de surface et de profondeur. Enfin, concernant la Terre profonde, les redistributions de masse dans

h. «National Aeronautics and Space Administration»

i. «Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt»

la croûte et le manteau, les phénomènes de relaxation visco-élastique tel que le rebond post-glaciaire peuvent être observés. Nous montrerons au chapitre 3 que GRACE permet aussi l'observation des déformations et des variations de densité liées au cycle sismique pour les séismes de forte magnitude.

Ainsi, des champs de gravité variables ont été calculés pour la première fois dans l'histoire de la gravimétrie spatiale à une résolution de quelques centaines de kilomètres. Parallèlement, de nouveaux modèles statiques de champ sont produits, dont la précision dépend de la longueur de la période sur laquelle ils sont calculés.

1.2.3 Mesures

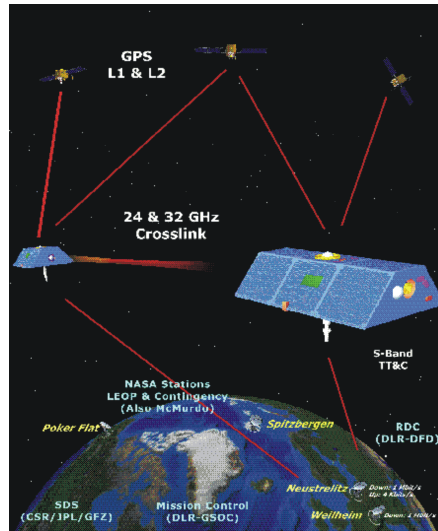


FIG. 1.2 – Les satellites jumeaux de la mission GRACE en orbite autour de la Terre et leurs liens de communication avec les satellites du système GPS et les stations au sol.

Deux satellites jumeaux se déplacent sur la même orbite à environ 480 km d'altitude séparés par une distance moyenne de 220 km comme illustré par la figure 1.2. Leur orbite est quasi-circulaire et inclinée de 89° par rapport à l'équateur, c'est-à-dire presque polaire, ce qui permet une meilleure couverture des régions de très haute latitude. Le cycle orbital, ou période au bout de laquelle une couverture globale de la Terre est obtenue, est de 10 jours. Lorsque les satellites survolent une anomalie de masse, la distance qui les sépare varie dans le temps: dans le cas d'une anomalie positive, comme une chaîne de montagne, le premier satellite est d'abord attiré par celle-ci, puis le second, ce qui provoque schématiquement deux augmentations de la distance inter-satellites suivies chacune d'une diminution, comme illustré par la figure 1.3 dans le cas du survol de la chaîne Himalayenne.

La distance inter-satellites (en anglais, «K-Band Range» ou KBR) est mesurée à $10 \mu\text{m}$ près grâce à un système utilisant les micro-ondes de la bande K, aux fréquences de 24 et 32 GHz (p. ex. Reigber *et al.*, 2005). Les mesures de distance sont ensuite dérivées pour obtenir des vitesses («K-Band Range-Rate» ou KBRR). La précision obtenue est inférieure à $1 \mu\text{m s}^{-1}$. Par ailleurs, les satellites sont équipés chacun d'un accéléromètre trois-composantes permettant de mesurer les effets des forces non gravitationnelles (forces de surface), de caméras stellaires pour la détermination de l'attitude des satellites, et d'un récepteur GPS permettant le suivi des satellites GRACE par les satellites GPS situés plus haut, à 20 000 km d'altitude.

L'estimation par GRACE des très bas degrés du champ et notamment du degré 2 zonal traduisant la différence de distribution des masses entre l'équateur et les pôles est beaucoup moins bonne que celle déduite des mesures de télémétrie laser sur satellites. Ceci est dû à l'altitude basse

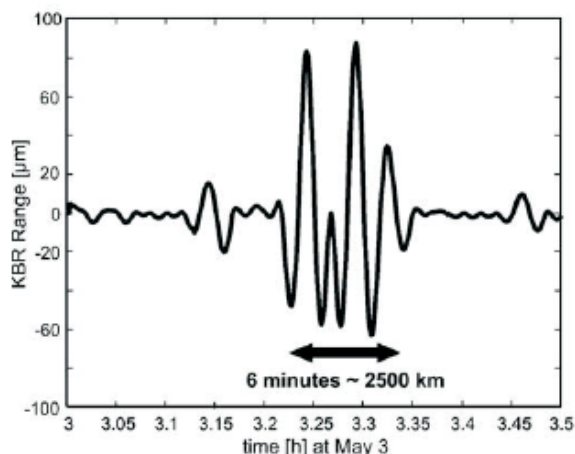


FIG. 1.3 – Variation de la distance (en μm) entre les deux satellites jumeaux GRACE lors de leur passage au-dessus de l'Himalaya du sud vers le nord. D'après Reigber et al. (2005).

des satellites GRACE empêchant une bonne estimation de la distribution des masses à très grande longueur d'onde. Comme nous le verrons dans la section 1.3, les données de télémétrie laser sur satellites peuvent être utilisées en complément des données GRACE afin d'améliorer l'estimation des variations du coefficient de degré 2 zonal.

1.2.4 Corrections

Afin d'obtenir les variations temporelles de l'hydrologie continentale, de la circulation océanique et de phénomènes provenant de la Terre profonde, tous les autres effets géophysiques connus doivent être modélisés et soustraits des données. Or, il est nécessaire de corriger les mesures GRACE à un instant t afin d'éviter l'aliasing des hautes fréquences des marées, de l'atmosphère et de l'océan. Un modèle *a priori* de forces gravitationnelles est établi à chaque instant t à partir d'un modèle de champ statique auquel s'ajoutent les variations temporelles modélisées de contributions bien connues (Bettadpur, 2007; Flechtner, 2007; Lemoine *et al.*, 2007), à savoir:

- la variation séculaire des coefficients de très bas degrés,
- les marées terrestres,
- les marées océaniques,
- la marée polaire,
- l'attraction gravitationnelle des autres planètes,
- les variations de distribution de masse dans l'atmosphère,
- les variations induites de distribution de masse de l'océan forcé par la pression de surface et les vents.

Le modèle *a priori* de forces gravitationnelles s'écrit donc ainsi:

$$V_{a \text{ priori}}(t) = V_{\text{statique}} + V_{\text{planètes}}(t) + \dot{V}_{\text{séculaire}} \times (t - t_0) + V_{\text{marées}}(t) + V_{\text{atmo}}(t) + V_{\text{océans}}(t). \quad (1.1)$$

Les résidus d'observation $\delta V(t) = V_{\text{obs}}(t)_{t \in T} - V_{a \text{ priori}}(t)_{t \in T}$ à un instant t sont regroupés par période T de 10 à 30 jours (selon les stratégies de calcul) pour être inversés par moindres carrés. On obtient alors les coefficients de Stokes du champ résiduel $\delta V(T)$ sur la période T représentant

les variations non modélisées, les erreurs sur le modèle *a priori* ainsi que les erreurs dues à l'aliasing des variations à haute fréquence.

L'ensemble des observations décrites dans la section précédente et des corrections anti-aliasing constitue les produits de niveau 1B. Les corrections moyennées sur la période T des effets de l'océan (autres que les marées) $V_{\text{oceans}}(T)$ et de l'atmosphère $V_{\text{atmo}}(T)$ constituent les produits AOD1B^j (Flechtner, 2007) et peuvent être rajoutées au champ résiduel $\delta V(T)$ afin d'étudier toute la variabilité du champ de gravité sur les océans.

Les erreurs des modèles se répercutent donc à longue période dans les solutions temporelles. Les sources d'erreurs les plus importantes proviennent des modèles de marées océaniques (Han *et al.*, 2004; Ray et Luthcke, 2006). Les modèles de circulation atmosphérique sont une autre source d'aliasing possible ainsi que les variations à haute fréquence de l'hydrologie, non modélisées (Han *et al.*, 2004; Thompson *et al.*, 2004). De plus, le modèle statique de champ introduit des erreurs. Il est préférable d'utiliser le champ le plus précis, par exemple un champ GRACE calculé sur un nombre entier de cycles annuels afin d'éviter un biais dû aux variations saisonnières. Le tableau 1.2 résume les différents modèles employés pour le champ statique et ses variations temporelles selon les centres de traitement des solutions. Pour l'atmosphère, on utilise les champs de pression 3D issus du modèle opérationnel de l'ECMWF^k échantillonnés toutes les 6 heures. Pour les marées océaniques, on emploie le modèle barotrope FES2004 (Lyard *et al.*, 2006): il s'agit d'un modèle hydrodynamique assimilant des données altimétriques et marégraphiques. Les champs à haute fréquence de pression de surface et des vents servent à forcer un modèle d'océan global. Différents modèles d'océan peuvent être choisis selon les solutions: le modèle barotrope MOG2D^l (Carrère et Lyard, 2003) ou le modèle barocline de circulation océanique OMCT^m élaboré à l'Université de Hambourg forcé — en plus de la pression et des vents — par les flux de chaleur et d'eau douce (précipitations + apport des fleuves + fonte des glaciers et des calottes glaciaires - évaporation).

Modèle	Solutions du GRGS	Solutions du CSR (Version 04)
Champ statique	EIGEN-GL02S ($n_{\text{max}} = 150$)	GIF22a ($n_{\text{max}} = 360$)
Marées océaniques	FES2004 ($n_{\text{max}} = 50, 80$ pour M_2)	FES2004 ($n_{\text{max}} = 100$)
Océan	MOG2D (barotrope)	OMCT (barocline)
Atmosphère	ECMWF-6h ^a ($n_{\text{max}} = 50$)	ECMWF-6h ($n_{\text{max}} = 100$)

^a Corrections calculées par P. Gégout avec une méthodologie différente de celle employée pour les produits officiels du CSR

TAB. 1.2 – *Comparaison des modèles employés pour modéliser les forces gravitationnelles et leurs variations temporelles.*

Toutes les variations des sources non modélisées sont donc restituées par les solutions GRACE: l'humidité du sol, l'eau souterraine, l'eau des lacs et des rivières, la couverture neigeuse, les glaciers et les calottes glaciaires, la circulation océanique à longue période, le rebond post-glaciaire, etc...

j. «Atmosphere and Ocean De-aliasing level-1B»

k. «European Center for Medium-range Weather Forecasts»

l. Modèle 2D d'Ondes de Gravité

m. «Ocean Model for Circulation and Tides»

1.3 Etude des solutions globales de champ de gravité (produits de niveau 2)

Comme nous l'avons vu, les observations corrigées des phénomènes connus sont réduites par inversion pour estimer les variations temporelles du potentiel gravitationnel. Différentes stratégies peuvent être envisagées: l'inversion globale ou l'inversion régionale.

L'inversion régionale permet d'utiliser au maximum la densité d'information disponible au-dessus d'une région donnée: on obtient ainsi de meilleures résolutions temporelle (15 à 10 jours) et spatiale (400 km) (Han *et al.*, 2005; Rowlands *et al.*, 2005). Le principe est le calcul du champ régional d'anomalie de masse exprimée en hauteur d'eau équivalente à l'origine de la différence de potentiel entre les deux satellites survolant la région étudiée. N'ayant pas utilisé ces solutions, nous ne détaillerons pas le principe de leur élaboration. Nous nous intéresserons uniquement aux solutions globales.

1.3.1 Principe

L'inversion globale repose sur la technique de la restitution dynamique précise d'orbites. Les mesures GRACE (KBRR, GPS, accéléromètres, attitude, télémétrie laser éventuellement) sont inversées pour estimer un très grand nombre de paramètres dont les paramètres des orbites des satellites GRACE et les coefficients harmoniques du potentiel gravitationnel, appelés aussi coefficients de Stokes. Certaines solutions n'utilisent pas les données GPS: c'est le cas des solutions du GSFCⁿ (Luthcke *et al.*, 2006b). La raison invoquée est que les données GPS introduisent du bruit supplémentaire. En effet, une réduction du bruit au degré 2 et aux degrés supérieurs à 14 est trouvée avec cette méthode par rapport à des solutions utilisant les données GPS.

On reconstruit la variation du potentiel gravitationnel $\Delta V(r, \theta, \lambda)$ partout à l'extérieur des masses pour une période de temps T à partir des différences ΔC_n^m et ΔS_n^m entre les coefficients de Stokes du champ à la période T et ceux d'un champ statique de référence (p. ex. Heiskanen et Moritz, 1967, pp. 82-89):

$$\Delta V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)], \quad (1.2)$$

où a est le rayon équatorial terrestre, G , la constante universelle de la gravitation et M , la masse de la Terre. $Y_n^{m,c}(\theta, \lambda)$ et $Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)$ sont les harmoniques sphériques normalisés à 4π .

Les coefficients de degrés 0 et 1 ne sont pas estimés lors de l'inversion. Le degré 0 est constant par conservation de la masse totale de la Terre. Le degré 1 est nul car l'origine du repère dans lequel sont calculés les champs est le centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides (hydrosphère et atmosphère)}. Les variations des degrés 0 et 1 sont donc nulles et la somme sur les degrés ne commence réellement qu'à partir de $n=2$.

Les coefficients sont estimés jusqu'à un degré maximal n_{\max} lié à la résolution maximale du potentiel par la relation $\lambda_{\min}/2 = 20\,000/n_{\max}$, où $\lambda_{\min}/2$ est la plus petite demi-longueur d'onde pouvant être résolue.

Le potentiel statique de référence peut être quelconque: néanmoins, il est préférable qu'il représente au mieux la moyenne des solutions variables afin de ne pas introduire de biais dans les variations de potentiel ainsi obtenues. On peut donc choisir comme référence la moyenne des champs variables calculée sur un nombre entier d'années, suffisamment grand pour éliminer le cycle saisonnier. Il faut cependant noter que la moyenne des champs variables ne sera pas égale au champ moyen calculé à partir de l'ensemble des observations effectuées sur la même période, étant donné le caractère non linéaire du processus d'inversion par moindres carrés.

n. «Goddard Space Flight Center», NASA

Nous exprimons la variation du potentiel gravitationnel sur la sphère de rayon $a = 6378.156$ km (rayon équatorial) en variation de hauteur du géoïde:

$$\Delta N(a, \theta, \lambda) = \frac{\Delta V(a, \theta, \lambda)}{g_0(a)} = a \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)], \quad (1.3)$$

où $g_0(a) = GM/a^2$ est la valeur de la dérivée radiale du champ en $r = a$.

Le potentiel calculé sur un ellipsoïde de référence est plus fort aux pôles qu'à l'équateur; à l'inverse, il devient plus faible aux pôles lorsqu'il est calculé sur la sphère de rayon $r = a$. Cependant, l'effet du choix de la surface de référence est beaucoup plus faible lorsque l'on considère les variations temporelles du potentiel. Nous estimons que l'approximation sphérique introduit une erreur négligeable au regard des erreurs liées au traitement des données GRACE. De plus, le choix d'une surface de référence sphérique est légitime dans l'optique d'une comparaison des solutions GRACE avec les prédictions de modèles hydrologiques globaux (section 1.4) ou une modélisation de la déformation cosismique (chapitre 3) basées dans les deux cas sur un modèle de Terre sphérique.

Nous utiliserons les solutions de champ de gravité de deux centres de traitement: le GRGS et le CSR. Outre les différences entre les modèles utilisés pour corriger des effets connus détaillés dans le tableau 1.2, ces deux types de solutions diffèrent par la stratégie d'inversion des hauts degrés du champ.

1.3.2 Solutions contraintes du GRGS

Le détail de l'élaboration des solutions du GRGS est donné par Lemoine *et al.* (2007). Les particularités de ces solutions sont: (1) l'utilisation des données de télémétrie laser sur les satellites LAGEOS 1 et 2 pour l'estimation du coefficient C_2^0 , (2) la modélisation des variations à haute fréquence de l'océan par un modèle barotrope, (3) l'application d'une contrainte sur les coefficients de degré supérieur ou égal à 30, (4) un pas d'échantillonnage de 10 jours (on parle de solutions décennales).

La configuration des satellites GRACE ne permet pas une bonne restitution des bas degrés du champ, particulièrement des degrés 2 et 3. Or il est possible d'avoir de très bonnes estimations du coefficient C_2^0 par télémétrie laser sur des satellites situés à de très hautes altitudes (p. ex. les satellites LAGEOS se trouvent à presque 6000 km d'altitude). Ainsi, le GRGS a fait le choix d'incorporer les données de télémétrie laser sur les deux satellites LAGEOS afin de stabiliser l'inversion du coefficient C_2^0 . Ces données apportent 90% de l'information sur C_2^0 , les 10% restant provenant des données GRACE. La série temporelle de C_2^0 est tracée figure 1.4 (à gauche).

Un grand nombre de données et donc de jours d'observation est nécessaire pour estimer une solution du champ de gravité à l'échelle globale. Cependant, les données de mauvaise qualité doivent être éliminées ce qui réduit le nombre effectif de jours d'observations pouvant être utilisés. Il n'est pas possible de calculer un champ de gravité à moins de 10 jours d'intervalle à l'échelle globale. Cependant, en supposant une certaine continuité temporelle du champ de gravité sur une période de 30 jours, on peut réussir à estimer des champs à 10 jours d'intervalle. Ainsi, les données sont regroupées par période de 30 jours pour former les équations normales à inverser mais les 10 jours centraux ont un poids double par rapport aux 10 jours précédents et aux 10 jours suivants. Ceci permet de stabiliser l'inversion.

La contrainte consiste à augmenter progressivement avec le degré le poids de l'*a priori* sur le modèle de champ statique (Lemoine *et al.*, 2007). Ceci repose sur l'hypothèse que le bruit augmente avec le degré. Les variations temporelles estimées des coefficients de Stokes sont donc d'autant plus réduites que le degré est élevé. Autrement dit, le champ variable tend vers le champ statique *a priori* aux hauts degrés. Cette contrainte permet une réduction significative du bruit et notamment des bandes nord-sud visibles dans les solutions non contraintes dues au bruit sur les coefficients sectoriels. Elle n'est réellement effective qu'à partir du degré 30 et devient maximale à partir du

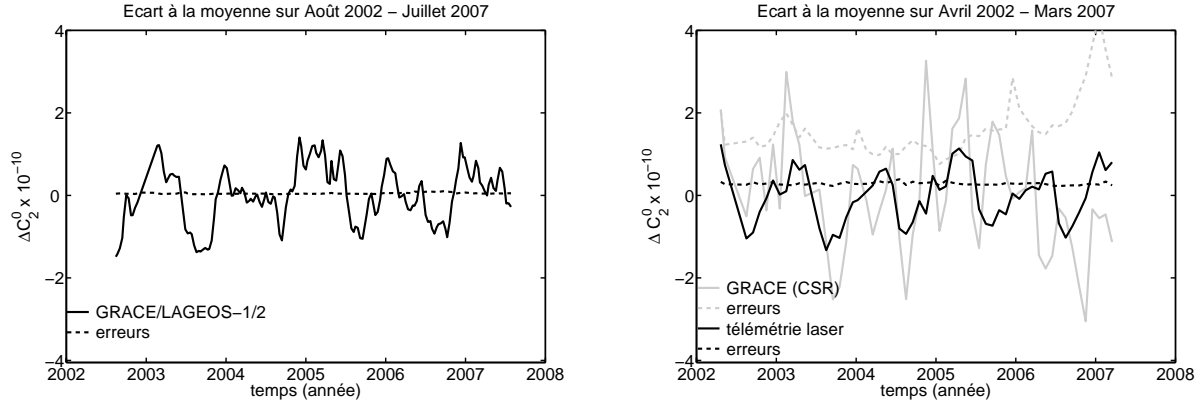


FIG. 1.4 – Différentes estimations des variations temporelles du coefficient C_2^0 du champ de gravité par rapport à sa valeur moyenne sur 5 ans: inversion des données GRACE (solutions du CSR, à droite, courbe grise), inversion conjointe des données de télémétrie laser sur les satellites LAGEOS 1 et 2 et des données GRACE (solutions du GRGS, à gauche), et inversion des données de télémétrie laser sur 5 satellites d'après Cheng et Tapley (2004) (à droite, courbe noire). Les erreurs formelles calibrées sont représentées par les courbes en tiretés.

degré 50 lorsque les coefficients du champ variable sont égaux à ceux du champ statique. Ainsi, les solutions variables sont fournies jusqu'au degré $n_{\max} = 50$ correspondant à une résolution de 400 km.

Nous avons comparé les spectres des variations temporelles du champ du 29 juillet 2002 au 11 août 2007 calculées, dans un premier cas, par rapport au champ statique EIGEN-GL04S et dans un deuxième cas, par rapport à la moyenne temporelle des champs sur cette période de presque 5 ans (figure 1.5, à gauche). EIGEN-GL04S (Biancale *et al.*, 2008) est un champ élaboré sur une période de 2 ans (du 24 février 2003 au 23 février 2005) à partir de mesures GRACE et de télémétrie laser sur les satellites LAGEOS 1 et 2. Bien qu'il soit estimé jusqu'au degré 150, nous calculons les différences par rapport à ce champ tronqué à $n = 50$. Le terme de degré n du spectre d'amplitude est donné par l'expression suivante:

$$a \sqrt{\sum_{m=0}^n [(\Delta C_n^m)^2 + (\Delta S_n^m)^2]}. \quad (1.4)$$

Les spectres de la figure 1.5 (à gauche) ne montrent aucune différence due au choix du champ statique pour le calcul des variations temporelles du champ. Le champ moyen approche donc presque exactement le champ EIGEN-GL04S sur la période considérée, du fait de la contrainte imposée sur chaque champ variable d'approcher aux hauts degrés le champ statique *a priori*.

La contrainte se traduit dans les spectres par une rupture de pente vers $n = 30$, indiquant une nette dégradation du rapport signal-sur-bruit. La décroissance régulière en fonction du degré au-delà de $n = 30$ reflète la loi empirique de croissance de la contrainte avec le degré qui s'apparente en ce sens à un filtrage appliqué dans le même temps que le processus d'inversion.

1.3.3 Solutions libres du CSR

A la différence de la stratégie adoptée par le GRGS, la stratégie du CSR (ainsi que d'autres institutions telles le GFZ^o, JPL^p, GSFC) consiste à inverser sans *a priori* les coefficients de Stokes

o. «Geoforschung Zentrum»

p. «Jet Propulsion Laboratory»

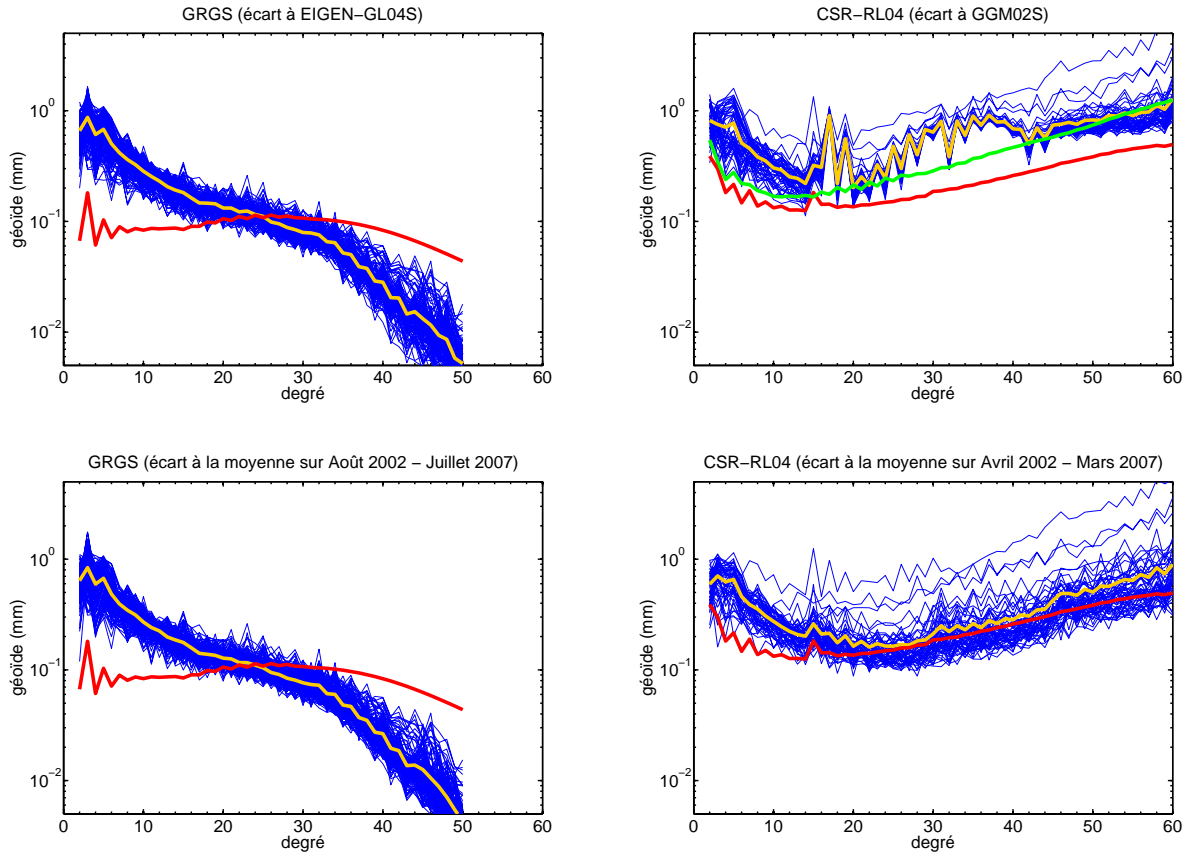


FIG. 1.5 – Spectres d'amplitude des variations du potentiel exprimées en hauteur de géoïde en fonction du degré harmonique pour les solutions décennales du GRGS (à gauche) et pour les solutions mensuelles du CSR, version 4 (à droite). Chaque courbe bleue correspond à une solution variable sur une période de 5 ans (du 29/07/2002 au 11/08/2007 pour les solutions du GRGS, d'Avril 2002 à Mars 2007 pour les solutions du CSR). Le spectre moyen sur la période considérée est représenté par la courbe jaune. Le champ statique de référence est soit EIGEN-GL04S (en haut, à gauche), soit GGM02S (en haut, à droite), soit la moyenne sur la période considérée (en bas). La courbe rouge représente le spectre moyen sur la période considérée des erreurs formelles calibrées. La courbe verte représente le spectre des erreurs formelles calibrées sur le champ statique GGM02S.

jusqu'à un degré maximal qui détermine la résolution spatiale des champs de gravité. Cependant, plus n_{\max} est grand, plus on introduit du bruit non seulement aux hauts degrés, mais sur l'ensemble du spectre, par corrélation des coefficients de Stokes entre eux. Il n'est donc pas raisonnable d'inverser les coefficients de trop haut degré comme cela était le cas dans les précédentes versions des solutions du CSR (où n_{\max} était égal à 100). La version 4 des solutions du CSR que nous étudierons fournit les estimations des coefficients de Stokes jusqu'à $n_{\max} = 60$, soit jusqu'à une résolution de 333 km. Les champs sont estimés sur des périodes de 1 mois. Aucune continuité temporelle n'est imposée.

De plus, le coefficient C_2^0 est estimé uniquement à partir des données GRACE, sans l'apport des données de télémétrie laser sur satellites. Comme le montre la figure 1.4 (à droite, courbes grises), ces estimations du coefficient C_2^0 sont très bruitées, l'erreur formelle étant supérieure au signal. Nous avons donc remplacé l'estimation du coefficient C_2^0 à partir des données GRACE par son estimation à partir de données de télémétrie laser sur 5 satellites (Cheng et Tapley, 2004). Celle-ci est donnée par la courbe noire de la figure 1.4 (à droite), beaucoup moins bruitée que la courbe grise: on distingue nettement le cycle annuel. Cette série temporelle est très proche de celle obtenue par le GRGS à partir des données de télémétrie laser sur les deux satellites LAGEOS (à gauche), avec néanmoins un contenu fréquentiel à moins haute fréquence dû à un pas d'échantillonnage plus grand.

La figure 1.5 montre (à droite) les spectres d'amplitude des variations temporelles du champ entre avril 2002 et mars 2007 calculées soit par rapport au champ statique GGM02S (en haut), soit par rapport à la moyenne des champs variables sur cette période de 5 ans (en bas). GGM02S est un champ calculé à partir de 363 jours (du 4 avril 2002 au 31 décembre 2003) de données GRACE jusqu'au degré 160 (Tapley *et al.*, 2005).

Dans les deux cas, l'amplitude spectrale décroît jusqu'au degré $n \approx 15$ puis augmente jusqu'à être au même niveau qu'aux bas degrés aux environs de $n = 60$. Cependant, l'amplitude spectrale est nettement plus forte pour les degrés supérieurs à 20 lorsque le champ de référence est GGM02S. Ceci indique que ce champ n'est pas une bonne moyenne sur la période considérée. N'ayant été calculée qu'à partir de 9 mois de données GRACE, la variation annuelle a contaminé l'estimation de la partie statique. La courbe verte donne l'erreur formelle sur le champ GGM02S pour chaque degré. Celle-ci est supérieure à l'erreur formelle moyenne sur les champs variables (courbe rouge), ce qui explique une bonne partie du signal moyen observé (courbe jaune). Cela n'aurait pas été le cas si une contrainte par rapport au champ statique avait été imposée, comme pour les solutions du GRGS.

1.3.4 Erreurs et résolution spatiale

Il existe de nombreuses sources d'erreurs affectant les solutions de champ de gravité (p. ex. Wahr *et al.*, 2006): le bruit sur les mesures, le traitement des données (p. ex. le choix des paramètres), l'aliasing des variations de masse à haute fréquence non ou mal modélisées, les modèles utilisés pour corriger des effets de l'atmosphère et de l'océan (Thompson *et al.*, 2004; Han *et al.*, 2004; Ray et Luthcke, 2006). Il est difficile d'estimer précisément l'erreur totale sur les estimations du champ de gravité.

Les erreurs formelles sur les coefficients de Stokes sont données par les éléments diagonaux de la matrice de covariance *a posteriori*. Ces erreurs correspondent aux erreurs d'inversion et tiennent compte des erreurs sur les mesures. Cependant, elles ne représentent qu'une partie de l'erreur totale et sont donc plutôt optimistes. Pour les rendre plus représentatives, elles sont «calibrées» par comparaison avec le niveau de bruit des solutions GRACE observé sur les océans. Les erreurs formelles calibrées sont fournies avec les estimations des coefficients de Stokes dans les produits de niveau 2.

Pour les solutions du GRGS, le facteur de calibration — égal à 3.8 — est calculé par comparaison dans le domaine spatial des erreurs formelles avec le signal observé sur les océans supposé être

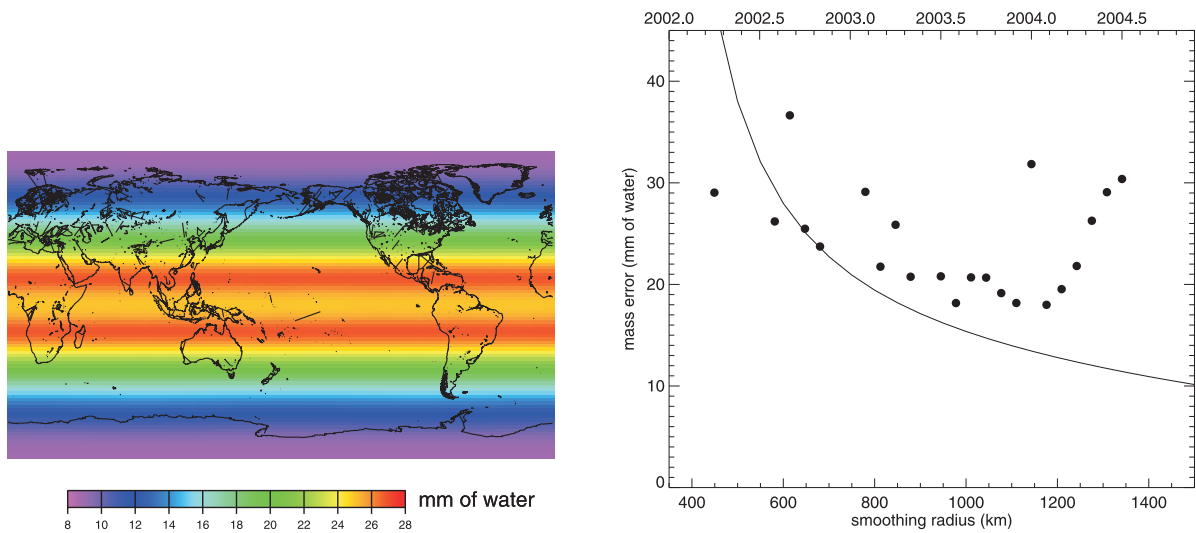


FIG. 1.6 – *A gauche: distribution spatiale de l'erreur sur les estimations de hauteur d'eau moyennée sur 22 mois pour les solutions du CSR après filtrage avec un filtre gaussien de 750 km de rayon. A droite: moyenne globale de l'erreur sur les estimations de masse en fonction du temps, pour un filtre de 750 km de rayon (points) ou moyennée sur 22 mois, en fonction du rayon du filtre gaussien (courbe) (d'après Wahr et al., 2006).*

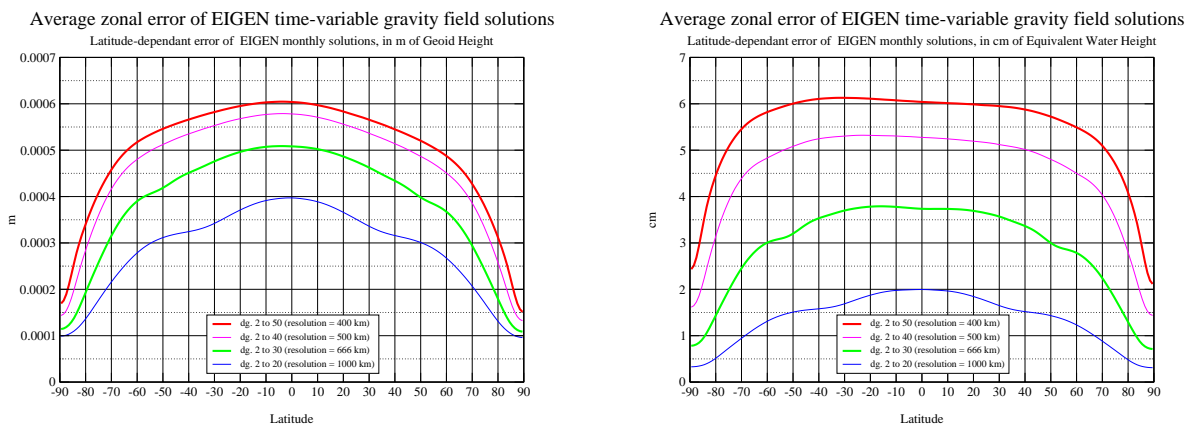


FIG. 1.7 – *Erreurs formelles calibrées moyennes pour les solutions variables du GRGS en fonction de la latitude, pour différentes résolutions spatiales pour le géoïde (à gauche) et la hauteur d'eau équivalente (à droite) (Lemoine, communication personnelle).*

essentiellement du bruit (Lemoine, communication personnelle). Cette hypothèse est discutable car il existe du signal sur les océans. Cependant, nous verrons dans la section 1.4.3 que le signal observé dans les solutions GRACE est supérieur au signal prédit par un modèle de circulation océanique à la même résolution spatiale. Ainsi, par le choix de la méthode utilisée pour calibrer les erreurs formelles, les erreurs peuvent être sur- ou sous-estimées.

Le spectre d'amplitude des erreurs formelles calibrées moyenné sur 5 ans est représenté figure 1.5 pour les solutions du GRGS (à gauche) et du CSR (à droite). Pour un degré harmonique donné, les erreurs augmentent avec l'ordre: les coefficients zonaux sont mieux estimés que les coefficients sectoriels (Wahr *et al.*, 2006; Lemoine *et al.*, 2007). Ceci s'explique par l'orientation quasiment nord-sud des traces au sol des satellites permettant un meilleur échantillonnage en latitude qu'en longitude.

Pour les solutions contraintes du GRGS, l'erreur moyenne (courbe rouge) reste inférieure au signal moyen (courbe jaune) pour les degrés inférieurs à 25. Au-delà, malgré la contrainte appliquée pour réduire le bruit, l'erreur est supérieure au signal. L'erreur est maximale au degré 3 du fait de la mauvaise restitution de ce degré par GRACE. L'intégration d'observations de télémétrie laser à ce degré pourrait, comme pour le degré 2, améliorer l'estimation et faire diminuer l'erreur sur ce degré. L'erreur moyenne reste stable jusqu'au degré 15 puis augmente jusqu'au degré 25 pour ensuite décroître. La contrainte joue donc son rôle de stabilisation. Le degré 3 mis à part, l'erreur par degré est de l'ordre de 0.1 mm.

Pour les solutions libres du CSR calculées par rapport à la moyenne sur 5 ans, l'erreur moyenne (courbe rouge) est maximale au degré 2 (malgré le remplacement du coefficient C_2^0 estimé à partir des données GRACE par son estimation à partir des données de télémétrie laser) puis diminue jusqu'au degré 14 pour ensuite augmenter régulièrement avec le degré. Le pic au degré 15 correspond à un problème de résonance d'orbite: les traces au sol des satellites sont alors identiques, ce qui aboutit à une moins bonne couverture spatiale. De telles résonances ont eu lieu à l'automne 2004. Aux degrés inférieurs à 25, l'erreur reste inférieure au signal moyen (courbe jaune); au-delà, signal et erreur sont pratiquement confondus. Le bruit domine clairement le signal à partir du degré 25. Ceci montre la nécessité de filtrer les solutions soit pendant le processus d'inversion, en appliquant une contrainte par rapport à un champ de référence, soit *a posteriori*, en utilisant un filtre passe-bas de son choix (voir section 1.4.2).

Afin de connaître l'erreur formelle en tout point du globe, il est nécessaire de prendre en compte tous les termes de la matrice de covariance, y compris les termes non diagonaux traduisant les corrélations entre coefficients de Stokes. Or, seuls les termes diagonaux sont disponibles *via* les produits de niveau 2. Afin de remédier à ce manque d'information, Wahr *et al.* (2006) ont mis au point une méthode indépendante d'estimation des erreurs utilisant le RMS des résidus obtenus après l'ajustement d'un signal annuel et d'une moyenne. Leur estimation des erreurs pour les solutions du CSR est représentée figure 1.6 en fonction du temps, des coordonnées géographiques et du rayon du filtre utilisé pour le lissage gaussien.

Les erreurs sur les estimations des solutions du GRGS représentées figure 1.7 ont été calculées à partir de tous les éléments de la matrice de covariance: ce sont les moyennes temporelles pour plusieurs solutions à différents degrés de troncature du développement en harmoniques sphériques.

Comme le montre la figure 1.6 (à droite), l'amplitude des erreurs varie avec le temps. En effet, plus le nombre de jours d'observation sélectionnés est grand, plus l'erreur est faible. Les résonances d'orbite contribuent aussi à augmenter les erreurs sur les estimations du champ car elles aboutissent à une couverture spatiale plus faible, les traces au sol des satellites étant très espacées. Dans ce cas, le fait de contraindre les solutions vers le champ statique *a priori* permet de stabiliser l'inversion. Des solutions contraintes sont alors calculées en plus des solutions libres par le CSR. Nous ne les avons pas utilisées afin d'avoir une série temporelle homogène. L'erreur varie aussi avec la latitude: elle est minimale aux pôles et maximale dans la zone intertropicale (figures 1.6 et 1.7). En effet, l'orbite des satellites étant presque polaire, la couverture est meilleure aux pôles qu'aux basses latitudes. Enfin,

l'amplitude de l'erreur dépend de la résolution spatiale et du filtrage des solutions: plus les hauts degrés sont filtrés, plus les erreurs sont faibles. Ainsi, l'erreur sur les estimations de hauteur d'eau pour les solutions du CSR s'élève — en moyenne sur le globe — à 15 mm, 21 mm et 38 mm pour des filtrages gaussiens de rayon 1000 km, 750 km et 500 km, respectivement (figure 1.6). Pour les solutions du GRGS, l'erreur sur les variations de hauteur de géoïde à l'équateur est comprise entre 0.4 et 0.6 mm pour des résolutions comprises entre 400 et 1000 km. Aux pôles, elle dépend peu de la résolution spatiale des solutions et est peu différente de 0.15 mm. L'erreur sur les variations de hauteur d'eau — à l'équateur — est comprise entre 2 et 6 cm pour des résolutions comprises entre 400 et 1000 km.

1.4 Apports et limites de la contribution de GRACE à l'hydrologie globale

1.4.1 Fonctions de transfert pour l'hydrologie: mise en évidence des différences de sensibilité aux différentes échelles entre différents observables

Nous considérons les différentes fonctions de transfert d'un modèle de Terre à symétrie sphérique, sans rotation, élastique et isotrope (SNREI) soumis à une distribution surfacique de masse à sa surface $r = a$. En effet, l'épaisseur de la couche du sous-sol concernée par les variations de teneur en eau peut être négligée par rapport au rayon de la Terre, de même que l'épaisseur de l'océan. Les variations de masse peuvent donc être «plaquées» sur la sphère de rayon a . Nous verrons que cette hypothèse rend le problème inverse univoque. Les variations de pression au fond de l'océan et les variations de contenu en eau (eau liquide et couverture neigeuse) peuvent être converties en variations de hauteur d'eau équivalente, sachant que 1 mm d'eau équivaut à 1 kg m^{-2} pour une densité de l'eau égale à 1.

Problème direct

Considérons donc une distribution surfacique de masse $\sigma(\theta, \lambda)$ à la surface de notre modèle de Terre. Elle peut s'écrire en tout point de latitude θ et de longitude λ comme une somme d'harmoniques sphériques normalisés à 4π $Y_n^{m,c}$ et $Y_n^{m,s}$ de degré n et d'ordre m (cf 1^{ère} partie, chapitre 1):

$$\sigma(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [\sigma_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \sigma_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)] = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(\theta, \lambda). \quad (1.5)$$

Nous pouvons calculer la réponse de ce modèle de Terre à cette charge dans différents observables géodésiques comme le potentiel gravitationnel V , sa dérivée verticale \dot{V} , la gravité mesurée à la surface de la Terre g et le déplacement vertical de cette même surface u . V est continu en $r = a$ contrairement à \dot{V} . On s'intéressera aux variations de gravité mesurées en «regardant» la surface de l'extérieur. Dans le cas de la gravité mesurée à la surface de la Terre g , on parlera de gravité «sol»; dans le cas de la dérivée verticale du potentiel \dot{V} , on parlera de gravité «satellite».

Soit $f(\theta, \lambda)$ un de ces observables mesuré en $r = a$, on peut écrire f comme une somme d'harmoniques sphériques faisant intervenir la fonction de transfert f_n de l'observable et le coefficient σ_n de la charge. f_n ne dépend pas de m pour un modèle sphérique. On peut donc écrire en $r = a$:

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \sigma_n(\theta, \lambda). \quad (1.6)$$

Les expressions des fonctions de transfert du déplacement vertical u_n et de la variation de gravité «sol» g_n sont données par les équations (1.5), (1.11), (1.15) et (1.13) respectivement (1^{ère}

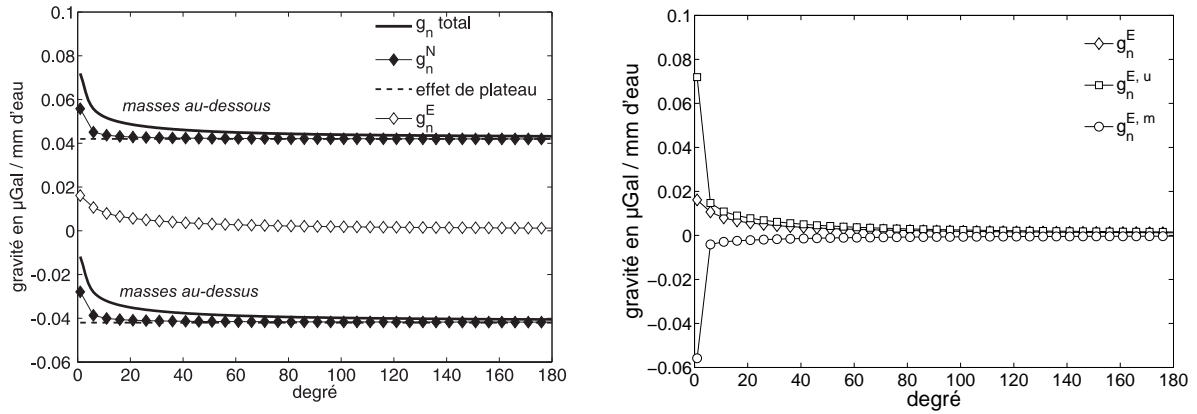


FIG. 1.8 – *A gauche: fonction de transfert de la gravité «sol» (courbes noires), dans le cas où les masses sont situées localement au-dessous ou au-dessus du point de calcul de la gravité et effet de plateau de Bouguer correspondant (pointillés). Décomposition de la gravité totale en l'effet Newtonien g_n^N (losanges noirs) et l'effet élastique g_n^E (losanges blancs). A droite: décomposition de l'effet élastique (losanges) en l'effet à l'air libre $g_n^{E,u}$ (carrés) et en l'effet de redistribution des masses $g_n^{E,m}$ (cercles).*

partie). La fonction de transfert de la variation de gravité «sol» est tracée figure 1.8 pour les deux cas où les masses sont situées localement au-dessous ou au-dessus du point de calcul de la gravité. Dans chaque cas, la fonction de transfert est décomposé en l'effet Newtonien, l'effet Newtonien local (effet de plateau), et l'effet élastique. Ce dernier ne dépend pas de la position des masses locales; il est décomposé en l'effet à l'air libre du déplacement de la surface et l'effet de redistribution des masses, de signes opposés. Par la suite, nous considérons pour la gravité «sol» le cas où les masses sont situées localement au-dessous du point de calcul de la gravité.

La variation du potentiel gravitationnel V à l'extérieur de la Terre a pour fonction de transfert V_n et s'écrit:

$$V(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n \sigma_n(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3g_0}{\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} (1 + k'_n) \sigma_n(\theta, \lambda), \quad (1.7)$$

où $\bar{\rho}$ est la densité moyenne de la Terre. La réponse se décompose en un effet direct d'attraction de la charge et un effet indirect de signe opposé faisant intervenir le nombre de Love de surcharge k'_n traduisant la redistribution des masses à l'intérieur de la Terre. On choisit d'exprimer la variation de potentiel en variation de «hauteur de géoïde» en divisant par la valeur de la gravité normale $g_0 = GM/a^2$ sur la sphère de rayon a . Il s'agit en fait du déplacement de la surface équipotentielle située en $r=a$. La variation de «hauteur du géoïde» N a pour fonction de transfert N_n et s'écrit:

$$N(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} N_n \sigma_n(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{\bar{\rho}} \frac{1}{2n+1} (1 + k'_n) \sigma_n(\theta, \lambda). \quad (1.8)$$

La variation de la dérivée verticale du potentiel gravitationnel \dot{V} a comme fonction de transfert \dot{V}_n et s'écrit:

$$\dot{V}(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \dot{V}_n \sigma_n(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{n+1}{2n+1} (1 + k'_n) \sigma_n(\theta, \lambda). \quad (1.9)$$

La dérivation se traduit en particulier par une multiplication de l'équation (1.7) par le facteur $n+1$. Le terme d'attraction de la charge est identique au terme correspondant de la gravité «sol» donné

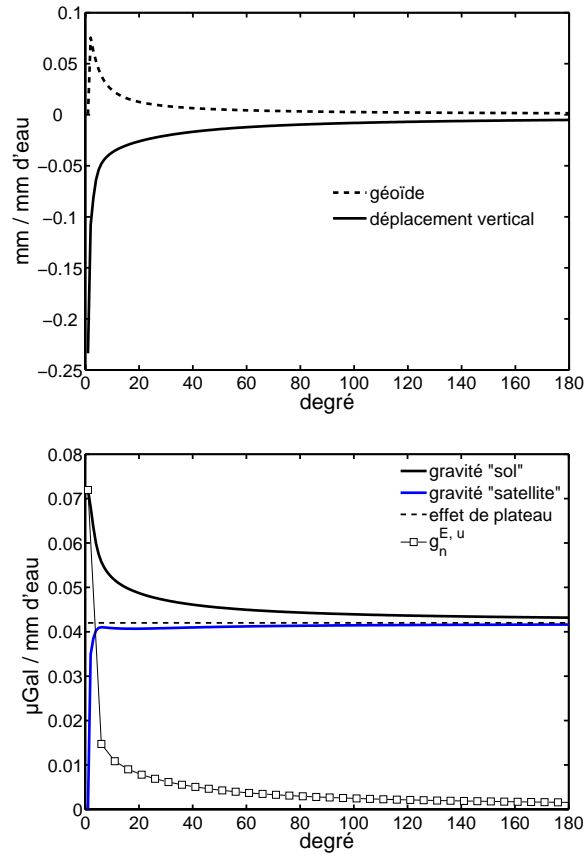


FIG. 1.9 – *Fonctions de transfert, par degré et par mm de hauteur d'eau équivalente, de différents observables: le géoïde et le déplacement vertical (en haut), la gravité «sol» et la gravité «satellite» (en bas). La différence entre ces deux derniers observables est l'effet à l'air libre du déplacement vertical de la surface (carrés).*

par l'équation (1.16) de la 1^{ère} partie car les masses d'eau sont toujours situées au-dessous du satellite.

Les fonctions de transfert N_n et \dot{V}_n sont tracées figure 1.9.

Il ressort clairement que chaque observable géodésique constitue un filtre pour la charge et que la sensibilité aux différents degrés (i.e. longueurs d'onde) de la charge varie selon l'observable. On peut ainsi regrouper le déplacement vertical et le géoïde (i.e. le potentiel) qui sont principalement sensibles aux très bas degrés ($n \lesssim 20$) de la charge (i.e. aux grandes longueurs d'onde) et agissent comme des filtres passe-bas (figure 1.9, en haut). Au contraire, la dérivée verticale du champ et la gravité «sol» ont une sensibilité non nulle aux hauts degrés (i.e. aux courtes longueurs d'onde) (figure 1.9, en bas): leurs fonctions de transfert tendent rapidement vers une constante égale à l'effet de plateau de Bouguer: $2\pi G$ soit $0.042 \mu\text{Gal mm}^{-1}$, si l'on exprime la charge en hauteur d'eau équivalente. Comme nous l'avons vu dans la section 1.2.2 de la 1^{ère} partie, cet effet correspond à l'attraction des masses locales. Cependant, ces deux observables diffèrent par leur sensibilité aux très bas degrés: l'effet gravimétrique du déplacement de la surface (terme faisant intervenir le nombre de Love de surcharge h'_n dans l'équation (1.11) de la 1^{ère} partie et représenté par les carrés figure 1.9, en bas) étant du même signe que l'effet d'attraction (équation. 1.15, 1^{ère} partie), la gravité «sol» possède une sensibilité accrue aux très bas degrés de la charge. Au contraire, l'effet du déplacement vertical de la surface ne joue pas dans la gravité «satellite».

Nous avons étudié jusqu'à présent les fonctions de transfert entre une charge superficielle quel-

conque à la surface de la Terre et différents observables. Appliquons maintenant ces fonctions de transfert aux sorties mensuelles (humidité du sol et neige) du modèle hydrologique global LaD de Milly et Shmakin (2002a) sur 3 ans (de janvier 2000 à décembre 2003). Pour chaque observable, nous calculons la densité spectrale d'énergie pour chaque prédiction mensuelle ainsi que la moyenne sur la période considérée. L'énergie au degré n est définie comme suit:

$$\sum_{m=0}^n f_n^2 [(\sigma_n^{m,c})^2 + (\sigma_n^{m,s})^2]. \quad (1.10)$$

Les spectres d'énergie sont présentés figure 1.10.

Nous calculons aussi le rapport entre l'énergie cumulée à un degré n et l'énergie totale, c'est-à-dire cumulée au degré maximal n_{\max} de la charge, selon l'expression suivante:

$$\frac{\sum_{n'=0}^n \sum_{m=0}^{n'} f_{n'}^2 [(\sigma_{n'}^{m,c})^2 + (\sigma_{n'}^{m,s})^2]}{\sum_{n'=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^{n'} f_{n'}^2 [(\sigma_{n'}^{m,c})^2 + (\sigma_{n'}^{m,s})^2]}. \quad (1.11)$$

Le modèle LaD ayant une résolution intrinsèque de $1^\circ \times 1^\circ$, $n_{\max} = 180$. Les énergies cumulées en fonction du degré sont représentées figure 1.11.

On observe dans la charge hydrologique (figure 1.10, en haut) un pic d'énergie aux degrés 5-6 qui correspond à l'échelle caractéristique de l'hydrologie globale, déjà mise en évidence dans la 1^{ère} partie, chapitre 2, section 2.3.2 (voir aussi Hinderer *et al.* (2006)). On constate l'effet de filtrage passe-bas dans le potentiel et le déplacement vertical (figure 1.10, à gauche) pour lesquels l'énergie aux degrés supérieurs à 10 est fortement atténuée. En effet, 90% de l'énergie est concentrée aux degrés inférieurs à ~ 11 (figure 1.11 et tableau 1.3).

Observable	n atteint au seuil de 90%	Energie cumulée à $n=30$
Charge hydrologique	80	71%
Géoïde	11	99%
Gravité «satellite»	83	70%
Déplacement vertical	12	98%
Gravité «sol»	63	78%

TAB. 1.3 – Pour différents observables, degré harmonique n atteint lorsque l'énergie cumulée à ce degré est égale à 90% de l'énergie totale (i.e. les abscisses des segments verticaux pointillés de la Fig. 1.11) et valeur de l'énergie cumulée au degré $n=30$ en pourcentage de l'énergie totale.

Les répartitions de l'énergie par degré de la gravité «sol» et de la gravité «satellite» sont très similaires à celle de la charge hydrologique: 90% de l'énergie est concentrée aux degrés inférieurs à ~ 80 (figure 1.11 et tableau 1.3). Cependant, du fait de la redistribution des masses à l'intérieur de la Terre, l'énergie aux très bas degrés est plus faible dans la gravité «satellite» que dans la charge: cela était visible dans les fonctions de transfert de la gravité «satellite» (figure 1.9, en bas). La gravité «sol» possède néanmoins plus d'énergie aux très bas degrés que la gravité «satellite» et que la charge à cause de l'effet du déplacement vertical de la surface: ainsi, 90% de l'énergie totale est atteinte dès le degré 63 alors qu'il faut aller jusqu'au degré 83 pour atteindre ce seuil dans la gravité «satellite».

Dans le cadre de la restitution des variations de la distribution de la charge hydrologique par la mission GRACE, il ressort de cette étude que les différents observables peuvent théoriquement tous donner accès à la charge *via* une fonction de transfert faisant intervenir un modèle de Terre. Cependant, la dérivée du potentiel ou gravité «satellite» est l'observable ayant le contenu spectral le plus proche de la charge. Mais il faut aussi considérer la résolution maximale atteinte par les observations de GRACE. Nous avons vu dans la section 1.3.4 que les erreurs deviennent importantes

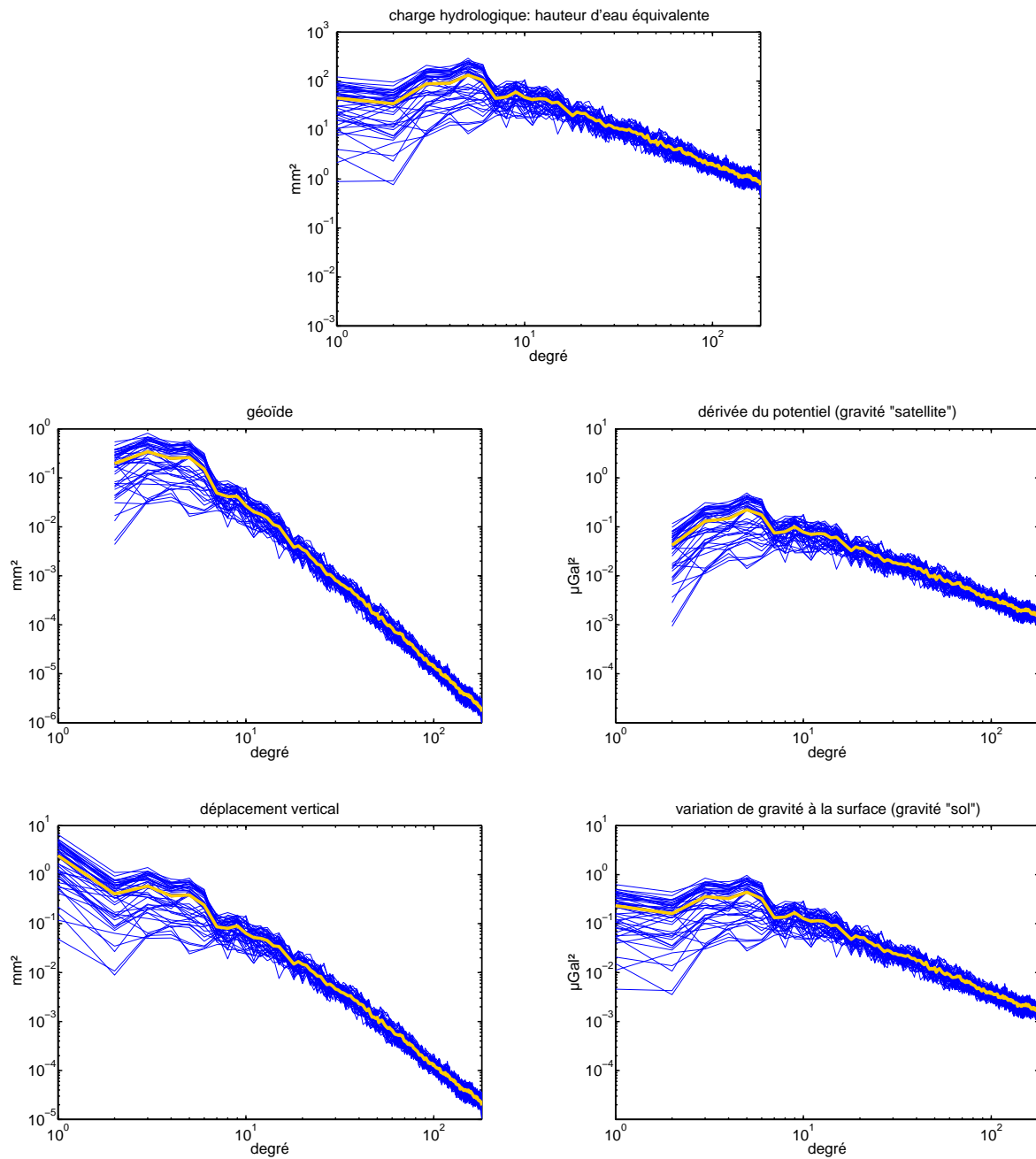


FIG. 1.10 – Densité spectrale d'énergie des variations de la charge hydrologique (humidité du sol + neige) prédites par le modèle LaD (en haut) et de leur effet dans différents observables géodésiques: le géoïde (au milieu, à gauche), le déplacement vertical (en bas, à gauche), la gravité «satellite» (au milieu, à droite) et la gravité «sol» (en bas, à droite). Chaque courbe bleue correspond à une prédiction mensuelle sur la période 2000-2003. Le spectre moyen sur ces trois années est représenté par la courbe jaune.

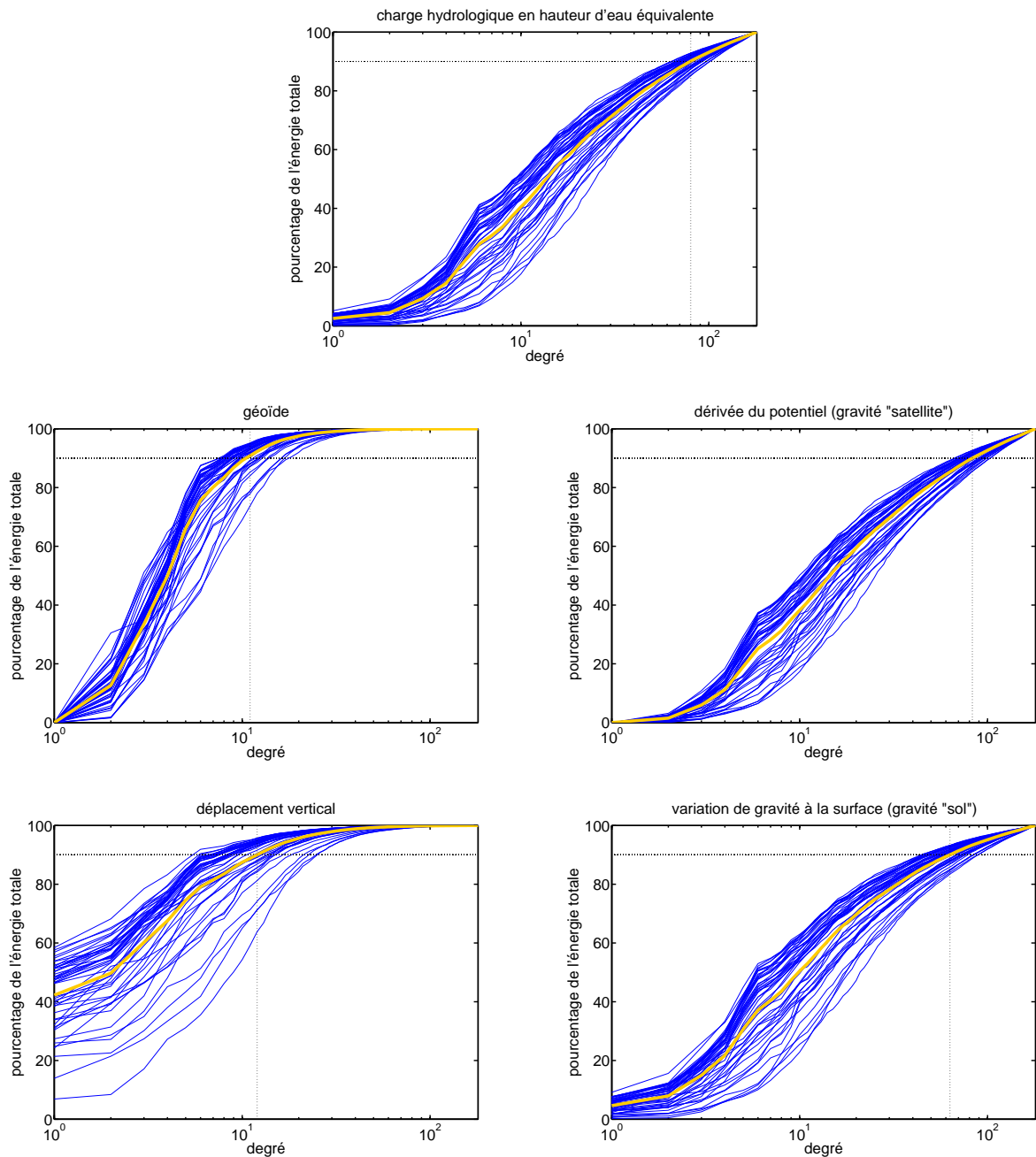


FIG. 1.11 – *Energie cumulée à un degré n en fonction de n (exprimée en pourcentage de l'énergie totale) des variations de la charge hydrologique prédites par le modèle LaD (en haut) et de leur effet dans différents observables géodésiques: le géoïde (au milieu, à gauche), le déplacement vertical (en bas, à gauche), la gravité «satellite» (au milieu, à droite) et la gravité «sol» (en bas, à droite). La moyenne des énergies cumulées sur la période 2000-2003 est représentée par la courbe jaune. Le seuil à 90% est tracé en pointillés.*

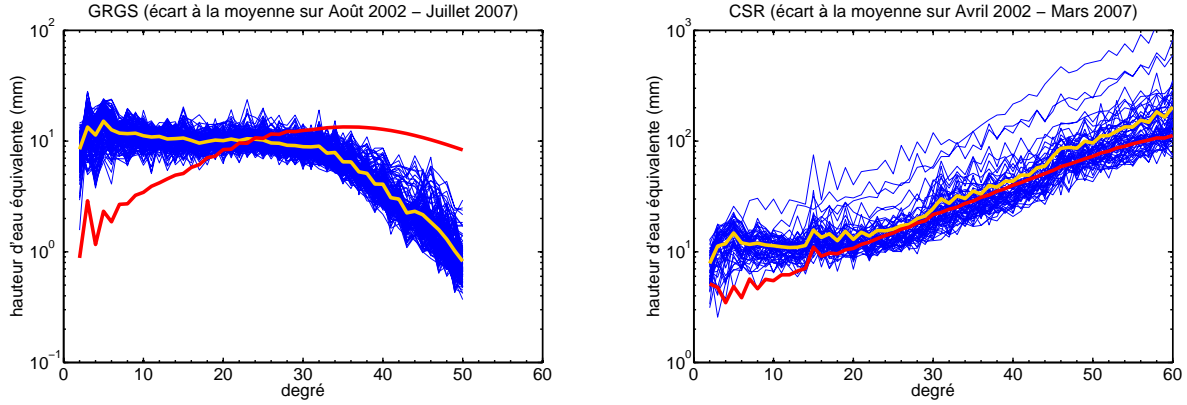


FIG. 1.12 – Spectres d'amplitude des variations de la charge hydrologique restituées par GRACE. A gauche: solutions décennales du GRGS sur 5 ans (29/07/2002 - 11/08/2007). A droite: solutions mensuelles du CSR sur 5 ans (Avril 2002 - Mars 2007). Dans chaque cas, le champ de référence est la moyenne des champs variables sur la période considérée.

à partir du degré 25. On pourrait donc choisir de tronquer le développement en harmoniques sphériques au degré 30. La dernière colonne du tableau 1.3 donne le pourcentage d'énergie cumulée à ce degré de troncature par rapport à l'énergie totale pour la charge et les différents observables. Avec le modèle LaD, seulement 70% de l'énergie totale sera alors restituée dans la gravité «satellite». Dans le géoïde et le déplacement vertical, en revanche, on pourra valider 98% du contenu spectral total. Ceci explique le très bon accord trouvé entre les variations saisonnières de déplacement vertical déduites des variations du géoïde restituées par GRACE et celles restituées par GPS, dans des zones de fort signal comme en Amazonie (Davis *et al.*, 2004): géoïde et déplacement vertical sont des observables reflétant tous deux davantage les grandes longueurs d'onde de la charge hydrologique. Cependant, du fait de multiples sources d'erreur possibles dans le traitement des données GPS, le signal GPS est plus bruité: en Europe, où l'amplitude du signal est nettement plus faible (quelques mm) qu'en Amazonie (~ 2 cm), l'accord avec les données GRACE n'est plus aussi bon (van Dam *et al.*, 2007).

Problème inverse

Il est bien connu que le problème inverse en gravimétrie n'a pas de solution unique (p. ex. Heiskanen et Moritz, 1967): différentes distributions volumiques de masses peuvent produire la même perturbation de gravité mesurée à l'extérieur de celles-ci. Cependant, si les masses sont contenues dans les premières dizaines de mètres du sous-sol, la distribution peut être considérée comme surfacique et non plus volumique. Le problème inverse devient alors univoque car la dépendance radiale a été supprimée (p. ex. Chao, 2005). La distribution en 2D obtenue par inversion correspond à la couche équivalente bien connue en gravimétrie. En identifiant chaque terme de degré n de l'équation (1.3) avec le terme correspondant de l'équation (1.8), on obtient l'expression de la variation de la charge surfacique $\Delta\sigma(\theta, \lambda)$ en fonction des variations des coefficients de Stokes:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(\theta, \lambda) &= \sum_{n=2}^{n_{\max}} N_n^{-1} a \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)] \\ &= \sum_{n=2}^{n_{\max}} \frac{a\bar{\rho}}{3} \frac{2n+1}{1+k'_n} \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Le choix du centre de masse comme origine du repère entraînant une variation nulle du degré 1 du champ de gravité, la variation correspondante de la charge est indéterminée. Or, la contribution

du degré 1 n'est pas du tout négligeable comme on peut le voir sur le spectre d'énergie prédit par le modèle LaD (figure 1.10, en haut). Celui-ci provient en grande partie de la couverture neigeuse, plus importante dans l'hémisphère Nord (cf 1^{ère} partie, chapitre 2, section 2.3.2).

Les spectres d'amplitude de la charge hydrologique déduite des solutions GRACE ainsi que les erreurs formelles calibrées sont tracés figure 1.12. Le passage du potentiel à la charge correspond à une dérivation du fait de la multiplication par $2n + 1$. Les spectres sont relativement plats entre les degrés 2 et 25. Puis les erreurs affectant les hauts degrés deviennent supérieures au signal à grande longueur d'onde si aucun filtrage ou contrainte n'est appliqué, comme dans le cas des solutions du CSR (à droite).

On voit donc qu'il est absolument nécessaire de filtrer les hauts degrés des estimations du contenu en eau du sol faites à partir des solutions variables non contraintes de champ de gravité.

1.4.2 Filtrage des solutions libres du CSR

Un filtrage dans le domaine spectral revient à multiplier chaque terme coefficient de degré n et d'ordre m de la décomposition en harmoniques sphériques d'un champ par un coefficient W_n^m . Nous envisageons ici le cas d'un filtrage isotrope: W_n^m ne dépend alors plus de n : $W_n^m = W_n$. Si l'on applique un tel filtrage à la charge hydrologique, on aura appliqué aux coefficients de Stokes au total deux filtrages, *via* les fonctions de transfert N_n^{-1} et W_n . L'expression de la charge filtrée est alors:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \sum_{n=2}^{n_{\max}} W_n N_n^{-1} a \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)] \quad (1.13)$$

Ceci revient à convoluer dans le domaine spatial le champ $\Delta\sigma(\theta, \lambda)$ avec la fonction $W(\theta, \lambda) = \sum_n W_n \sum_m [Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)]$.

Nous allons maintenant examiner deux types de filtre isotrope très différents: la fenêtre avec apodisation dans le domaine spectral et le filtre gaussien. Ce dernier est fréquemment utilisé dans la littérature pour lisser les solutions GRACE non contraintes. Nous comparerons les effets de ces deux types de filtre sur les solutions du CSR dans le domaine spectral pour les variations mensuelles, puis dans le domaine spatial pour les variations annuelles (section 1.4.3).

Filtrage spectral avec fenêtre d'apodisation

Nous avons vu lors de l'étude des spectres des solutions du GRGS et du CSR et des erreurs formelles calibrées (figures 1.5 et 1.12) que les erreurs commencent à augmenter à partir du degré 15 et ont la même amplitude que le signal à partir du degré 25. Les degrés supérieurs à 25 semblent dominés par du bruit. On pourrait envisager de tronquer le développement harmonique au degré 25: cela aurait l'avantage d'éliminer une grande partie du bruit mais le désavantage de créer des oscillations secondaires dans le domaine spatial, phénomène bien connu sous le nom d'«effet de Gibbs». On adoucit donc la troncature en atténuant progressivement les plus hauts degrés que l'on souhaite conserver, tout en préservant les plus bas degrés et l'information qu'ils contiennent. Le bruit affectant ces degrés ne sera cependant pas ôté. Nous avons créé une fenêtre d'apodisation avec une fonction «cosinus» entre deux degrés n_1 et n_2 (figure 1.13, en haut à droite). Les coefficients W_n de ce filtre sont donnés par:

$$W_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n < n_1, \\ \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi \frac{n - n_1}{n_2 - n_1})) & \text{si } n_1 \leq n \leq n_2, \\ 0 & \text{si } n > n_2. \end{cases} \quad (1.14)$$

Ce filtre est un vrai filtre passe-bas qui supprime les degrés supérieurs à n_2 et laisse intact les degrés inférieurs à n_1 . L'atténuation à -3dB est atteinte au degré 37 (resp. 27) pour $(n_1, n_2) = (30, 50)$ (resp. $(n_1, n_2) = (20, 40)$).

En comparaison à une simple troncature, l'apodisation avec une fonction cosinus permet de réduire le nombre et l'amplitude des lobes secondaires dans le domaine spatial (figure 1.13, en haut à gauche).

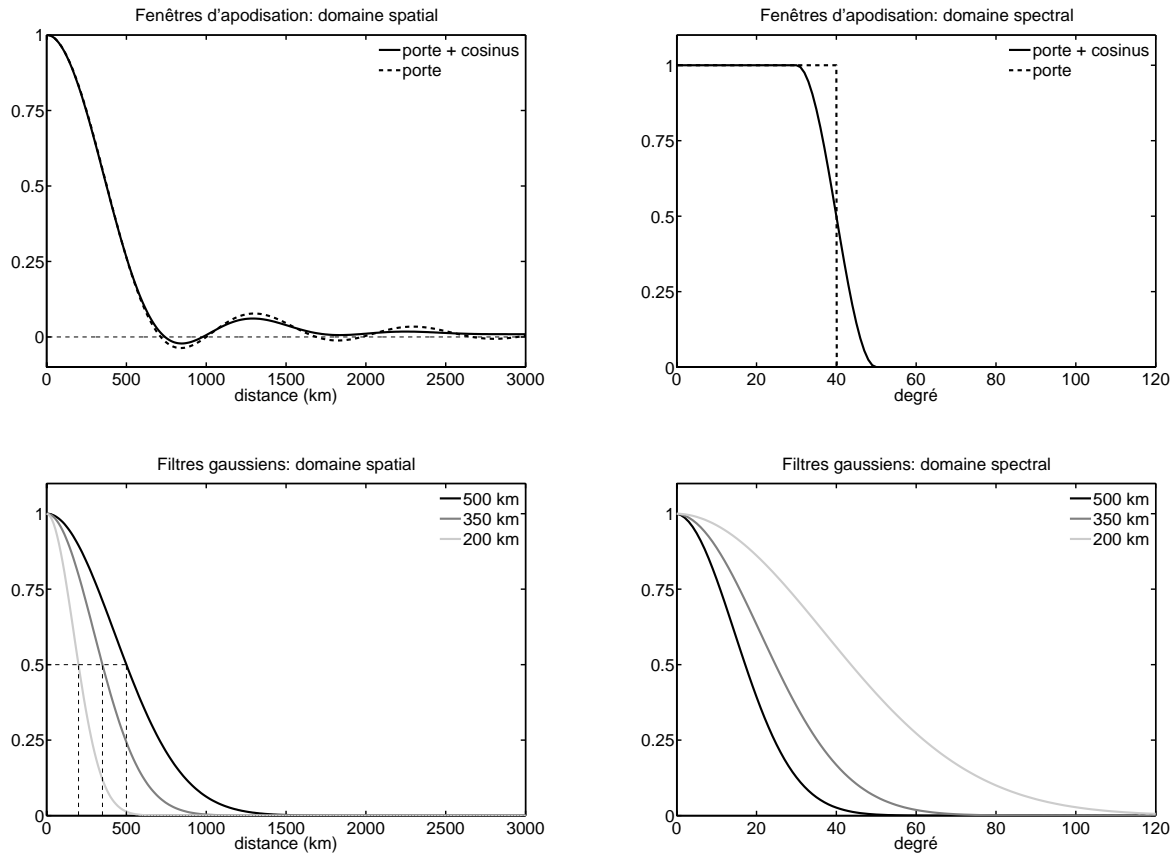


FIG. 1.13 – Comparaison entre différents filtrages dans les domaines spatial (à gauche) et spectral (à droite): troncature à $n=40$ (courbe en pointillés, en haut), fenêtre d'apodisation avec une fonction cosinus entre $n_1=30$ et $n_2=50$ (courbe pleine, en haut), filtres gaussiens (Jekeli, 1981) de rayon 200, 350 et 500 km (en bas).

Filtrage spatial avec filtre gaussien

Le filtre gaussien isotrope a été initialement proposé par Jekeli (1981) qui en a donné les formules analytiques. Ce filtre a pour effet de lisser spatialement un champ: chaque point du champ filtré est corrélé aux points voisins, la sensibilité décroissant lorsque la distance qui les sépare augmente. L'expression de $W(\gamma)$ dans le domaine spatial en fonction de la distance angulaire γ entre deux points est:

$$W(\gamma) = \frac{b}{2\pi} \frac{e^{-b(1-\cos \gamma)}}{1 - e^{-2b}}, \quad (1.15)$$

où $b = \ln(2)/(1 - \cos(r_{1/2}/a))$. $r_{1/2}$ est le rayon du filtre, c'est-à-dire la distance sur la sphère pour laquelle la valeur de W est égale à la moitié de sa valeur au centre. Cette grandeur est utilisée pour caractériser la longueur de corrélation du filtre. La figure 1.13 (en bas, à gauche) donne l'évolution de W en fonction de la distance sur la sphère γa pour différentes valeurs du rayon. On peut considérer approximativement qu'il y a décorrélation totale lorsque la distance est supérieure à deux fois le rayon du filtre.

Les coefficients dans le domaine spectral sont calculés itérativement d'après les relations suivantes:

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{1}{2\pi}, \\ W_1 &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b} \right), \\ W_{n+1} &= -\frac{2n+1}{b} W_n + W_{n-1}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

La figure 1.13 (en bas, à droite) montre l'évolution de W_n en fonction de n pour différentes valeurs du rayon. L'atténuation commence dès les plus bas degrés et augmente progressivement avec n . Plus le rayon du filtre est grand, plus l'atténuation est rapide. L'atténuation à -3 dB est atteinte aux degrés 12, 18 et 31 pour des rayons de 500, 350 et 200 km, respectivement. Approximativement, l'atténuation est presque totale pour des degrés supérieurs ou égaux au triple des valeurs ci-dessus. Ce type de filtrage présente donc le gros désavantage d'atténuer les bas degrés en même temps que de filtrer les hauts degrés. Ce n'est pas un filtre passe-bas: tout le spectre est affecté.

Effet du filtrage dans le domaine spectral

Nous appliquons successivement ces deux filtres aux variations de hauteur d'eau estimées par les solutions GRACE du CSR (dont les spectres d'amplitude sont montrés figure 1.12, à droite). Pour l'apodisation spectrale, nous testons successivement les couples de valeurs (30, 50) et (20, 40) pour (n_1, n_2) . Le premier couple de valeurs a été choisi afin de comparer les solutions du GRGS aux solutions du CSR filtrées: en effet, nous avons constaté dans la section 1.3.2 que la contrainte appliquée aux solutions du GRGS agit surtout à partir du degré 30 et jusqu'au degré 50, degré maximal auquel sont estimées ces solutions. Une apodisation spectrale entre les degrés 30 et 50 permettra de simuler l'effet d'une contrainte progressive appliquée entre ces mêmes degrés. Comme le montre la figure 1.14 (en haut à gauche), une telle apodisation permet de stabiliser le bruit au-delà du degré 30. Cependant il reste encore trop d'énergie au-delà du degré 25 car le bruit augmente plus rapidement que l'atténuation due au filtrage. Nous avons donc appliqué le deuxième couple de valeurs (figure 1.14, en haut à droite), permettant une stabilisation du bruit dès le degré 25. Le spectre d'amplitude après un tel filtrage est similaire à celui obtenu pour les solutions contraintes du GRGS (figure 1.12, à gauche), c'est-à-dire relativement plat jusqu'au degré 30 puis diminuant brutalement.

Concernant le filtrage gaussien, nous testons les deux valeurs suivantes pour le rayon: 350 et 500 km. En effet, les solutions du CSR étant estimées jusqu'au degré 60, aucune énergie n'est

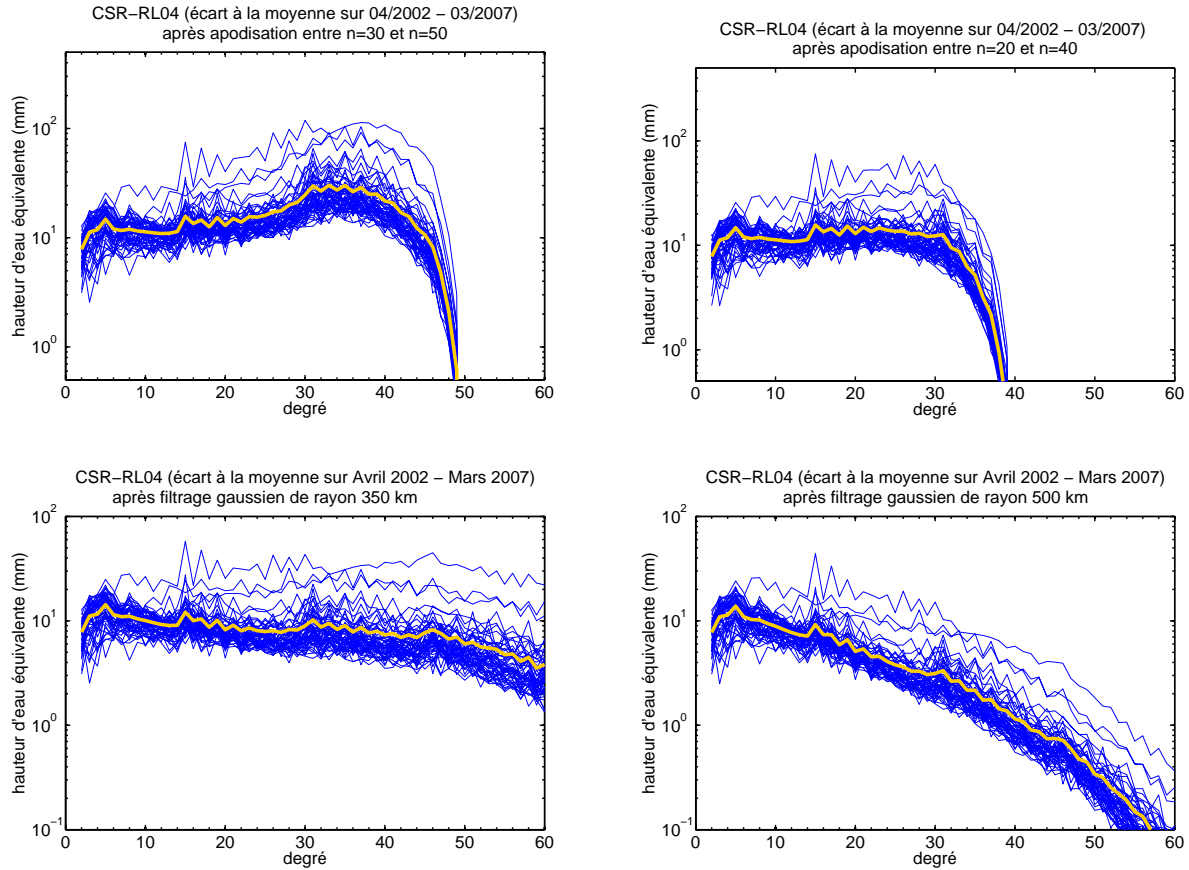


FIG. 1.14 – *Effet du filtrage des solutions GRACE du CSR: spectres d'amplitude des variations de la charge hydrologique filtrée exprimée en hauteur d'eau équivalente. En haut: filtrage spectral par apodisation entre $n_1=30$ et $n_2=50$ (à gauche) et entre $n_1=20$ et $n_2=40$ (à droite). En bas: filtrage spatial gaussien de rayon 350 km (à gauche) et 500 km (à droite).*

présente à des demi-longueurs d'onde inférieures à 333 km: il est donc inutile d'utiliser un rayon trop petit, comme par exemple un rayon de 200 km pour lequel l'atténuation devient totale à partir du degré 100 (figure 1.13, en bas à droite). Il est plus raisonnable d'utiliser des rayons égaux au moins à 350 km, pour lesquels l'atténuation est quasiment totale au degré 60. Le filtrage gaussien de rayon 350 km (figure 1.14, en bas à gauche) donne des spectres stabilisés en amplitude et qui décroissent faiblement avec le degré, sans rupture de pente comme dans les cas vus précédemment. Si on utilise un filtre de rayon 500 km (figure 1.14, en bas à droite), la quasi totalité du spectre est atténuée, y compris aux degrés inférieurs à 30. Le signal est atténué autant que le bruit.

Autrement dit, après un filtrage gaussien, on ne peut retrouver aucune caractéristique du champ initial contrairement au filtrage passe-bas avec fenêtre d'apodisation qui permet de retrouver toutes les composantes à grande longueur d'onde du champ, non filtrées. En effet, avec le filtrage gaussien, on a perdu tout l'intérêt de l'orthogonalité entre les fonctions de Legendre. Le champ filtré n'explique alors plus les données GRACE utilisées pour l'inversion par moindres carrés.

Des deux types de filtre passe-bas que nous avons étudiés pour filtrer les solutions non contraintes du CSR, nous privilégions la fenêtre d'apodisation dans le domaine spectral qui a l'intérêt de préserver les bas degrés et d'éliminer les hauts degrés principalement dominés par le bruit.

L'effet des deux types de filtre dans le domaine spatial sera étudié sur la variation annuelle dans la section 1.4.3.

1.4.3 Comparaison avec des modèles hydrologiques globaux

Généralités sur les modèles

Principe

Le but d'un modèle hydrologique global est l'estimation du stock d'eau présent dans le sous-sol sous ses différentes formes (neige ou eau liquide). La résolution spatiale est au maximum égale à $0.25^\circ \times 0.25^\circ$, soit $25 \text{ km} \times 25 \text{ km}$ à l'équateur.

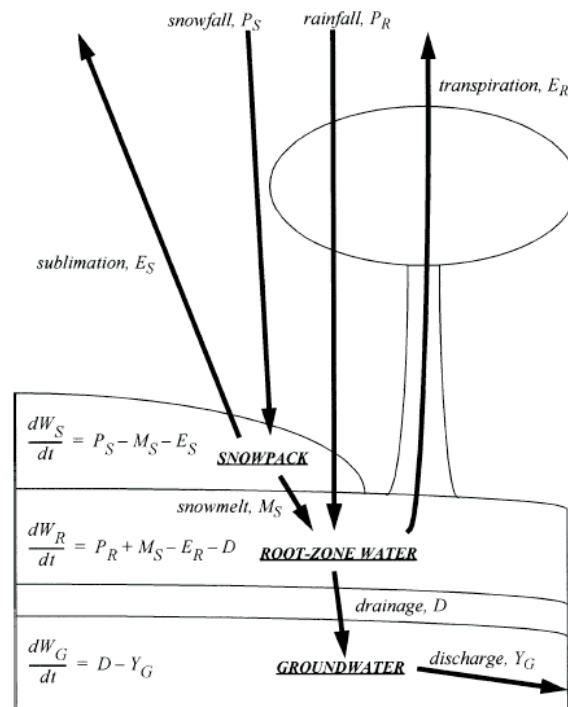


FIG. 1.15 – Exemple des flux et unités de stockages pour le modèle LaD de Milly et Shmakin (2002a). Un bilan hydrologique entre flux entrants, sortants et stocks est évalué dans chaque unité.

Schématiquement, un modèle hydrologique est constitué de cellules identiques comportant chacune différentes unités de stockage de l'eau à la surface et dans la subsurface (figure 1.15): la végétation (ou canopée), la couverture neigeuse, une zone non saturée et drainée correspondant aux premières dizaines de centimètres du sous-sol et une zone saturée sous-jacente permettant de stocker l'eau pendant une certaine durée. L'eau stockée dans ces deux dernières unités correspond à l'«humidité du sol». Les nappes d'eau souterraines ne sont pas considérées faute de données suffisantes. Des flux circulent entre les différentes unités de stockage et aux interfaces avec l'atmosphère et l'océan prenant la forme de précipitations (neige + eau), d'évapotranspiration, de sublimation, de drainage des zones non saturées vers les zones saturées, d'écoulements de surface et de subsurface (ruissellement). Les écoulements de nappe ne sont pas modélisés. Un bilan hydrique est estimé dans chaque unité entre le stock d'eau et les flux entrants et sortants ainsi qu'un bilan énergétique faisant intervenir la température, le rayonnement, la capacité calorifique du sol, etc... (p. ex. Milly et Shmakin, 2002a). Les rivières, lacs et autres réservoirs superficiels ne sont généralement pas modélisés: il n'existe pas d'échanges latéraux entre cellules voisines et le ruissellement de chaque cellule va directement à l'océan, avec toutefois un retard correspondant au temps d'acheminement de l'eau jusqu'à l'embouchure des fleuves. La modélisation des zones couvertes de glace ne tient pas compte des flux de glace horizontaux ni des interactions avec l'océan et aboutit à une accumulation

irréaliste de neige au fil du temps.

Le modèle est forcé par un ensemble de paramètres météorologiques: les précipitations, les rayonnements incidents solaire et thermique, la vitesse des vents, l'humidité et la température de l'air et la pression atmosphérique. Ces paramètres ne sont pas mesurés partout sur Terre avec la même densité ni la même précision, c'est pourquoi on a recours aux sorties de modèles de circulation atmosphérique globale eux-mêmes assimilant de nombreuses données météorologiques. La résolution spatiale et temporelle du modèle hydrologique est limitée par celle du forçage. De plus, certains paramètres du modèle dépendent du type de sol et de végétation: ainsi, les sols argileux retiennent davantage l'eau que les sols sableux, et la présence de végétation a un impact important sur l'évapotranspiration. Ces paramètres peuvent varier dans le temps, notamment en fonction de la saison, pour les paramètres sensibles au type de végétation. La prise en compte de ces variations spatio-temporelles permet d'améliorer les modèles (Milly et Shmakin, 2002b). Elle constitue en outre une limitation à leur résolution.

La plus grande part des erreurs sur les estimations des stocks et des flux provient du forçage utilisé et notamment des précipitations.

La calibration des modèles — généralement par les données de débit des rivières — ne concerne que les bassins hydrologiques suffisamment instrumentés: la calibration est donc loin d'être homogène, ce qui remet en cause la performance des modèles dans les zones équatoriales où les flux et les stocks sont les plus importants mais où les données sont plus rares.

Caractéristiques de différents modèles

Nous considérons les sorties de trois modèles hydrologiques globaux:

- le modèle LaD («Land Dynamics») décrit par Milly et Shmakin (2002a): ce modèle a une résolution spatiale de $1^\circ \times 1^\circ$. Il est forcé par des données météorologiques. Il fournit des estimations mensuelles de la couverture neigeuse et de l'humidité du sol. Ce modèle comporte, outre la couverture neigeuse, une zone non drainée et une zone de stockage. Un modèle de végétation et un modèle de sol sont utilisés pour décrire la variabilité géographique des paramètres, mais ils sont supposés constants dans le temps (Milly et Shmakin, 2002b). La calibration du modèle est faite en comparant la décharge modélisée avec les données de débits de rivières sur certains bassins hydrologiques.
- le modèle GLDAS («Global Land Data Assimilation System») décrit par Rodell *et al.* (2004): ce modèle a une résolution spatiale de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ et une résolution temporelle de 3 heures. Aucune estimation n'est effectuée sur l'Antarctique. L'originalité de ce modèle est qu'il assimile en temps réel de nombreuses données (température, présence de neige) issues d'observations satellitaires ou terrestres, permettant une réestimation des données de forçage. Nous avons utilisé les estimations effectuées à partir du modèle de surface Noah, un des quatre modèles de surface possibles. Pour ce modèle, les deux premiers mètres du sous-sol sont échantillonnés en quatre couches. Un modèle global de sol est utilisé ainsi qu'un modèle global de végétation comportant 11 types différents, variable dans le temps afin de refléter la variation saisonnière de l'interception par les plantes et la transpiration.
- le modèle hydro-météorologique de l'ECMWF décrit par Viterbo et Beljaars (1995): ce modèle est un sous-produit du modèle de circulation atmosphérique globale de l'ECMWF. Il a une résolution spatiale de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ et une résolution temporelle de 6 heures. Le modèle comporte 4 couches dont l'épaisseur totale est de 2.55 m. Le premier mètre correspond à la zone racinaire. Les 23 paramètres caractérisant les types de sol et de végétation sont statiques; seulement 4 paramètres varient spatialement. Il n'y a pas d'assimilation de données.

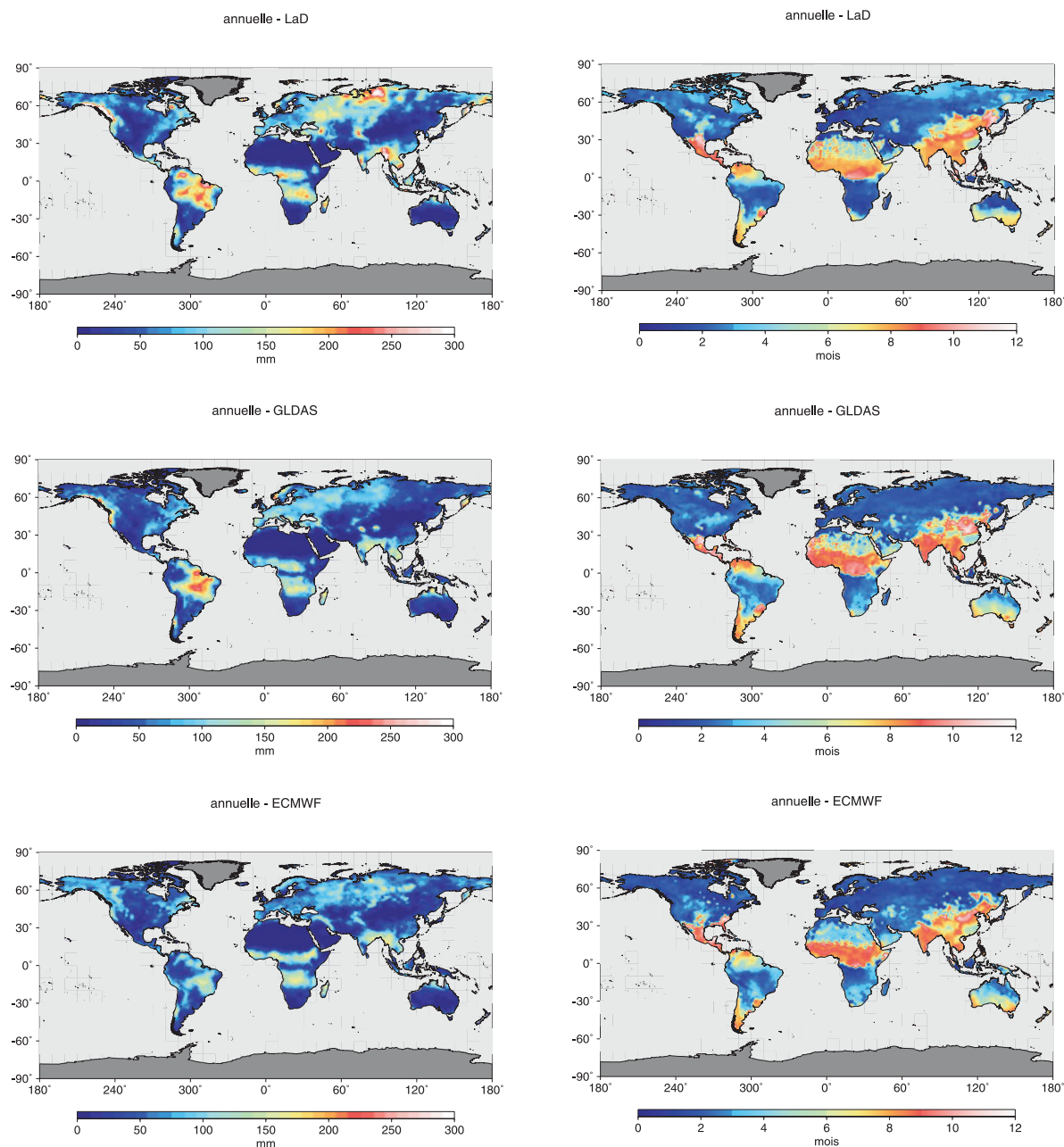


FIG. 1.16 – Comparaison entre les modèles hydrologiques globaux LaD (en haut), GLDAS (au milieu) et de l'ECMWF (en bas). Amplitude (à gauche, en mm) et retard de phase (à droite, exprimée en mois à partir du début de l'année) de la variation annuelle du contenu en eau du sol (humidité du sol + neige) exprimée en hauteur d'eau équivalente et estimée sur 3 ans (Avril 2002 - Avril 2005). La résolution spatiale est de $1^\circ \times 1^\circ$.

Comparaison entre les modèles: cas de la variation saisonnière

Afin de comparer les estimations des différents modèles hydrologiques présentés dans la section précédente, nous étudierons la variation saisonnière (i.e. annuelle) du contenu total en eau (neige + humidité du sol + eau de la canopée).

Les estimations des modèles ont été moyennées sur une période de 1 mois et re-échantillonnées sur une grille de $1^\circ \times 1^\circ$. La période d'investigation est de 3 ans, d'avril 2002 à avril 2005. En chaque point de coordonnées (θ, λ) , l'amplitude a_1 et le retard de phase ϕ_1 du signal annuel sont issus de l'ajustement par moindres carrés du signal suivant:

$$\Delta\sigma(t)_{(\theta, \lambda)} = a_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2) + b t + c, \quad (1.17)$$

où $\omega_1 = 1$ cyle/an et $\omega_2 = 2$ cyle/an sont les fréquences des signaux annuel et semi-annuel. a_2 et ϕ_2 modélisent l'amplitude et le retard de phase du signal semi-annuel. La constante c et la tendance linéaire b modélisent respectivement la moyenne et la tendance sur la période d'étude.

L'amplitude et le retard de phase — exprimé en mois par rapport au 1^{er} janvier — de la variation annuelle sont représentés pour chaque modèle figure 1.16. Pour chaque paramètre, on a calculé en tout point sur les continents la moyenne des estimations par les différents modèles et leur écart type non biaisé afin d'étudier leur dispersion (figure 1.17). Le tableau 1.4 donne les valeurs moyennes de ces deux quantités (moyenne et écart type sur les estimations des modèles) calculées sur les continents (exceptés l'Antarctique et le Groenland), dans la zone intertropicale (entre les latitudes 25°S et 25°N) et dans les zones de moyennes et hautes latitudes.

L'estimation moyenne de l'amplitude du signal saisonnier est de 58 mm d'eau, en moyenne sur l'ensemble des continents. L'écart type entre les modèles est égal à 22 mm d'eau en moyenne, ce qui représente une assez forte dispersion. L'écart type sur le retard de phase est en moyenne égal à 1.2 mois.

Dans la zone intertropicale, tous les modèles prédisent les plus grandes amplitudes en Amérique du Sud (sur les bassins de l'Orénoque, de l'Amazone, du Tocantin et du Parana), de fortes amplitudes en Afrique (dans les deux zones de mousson de part et d'autre de l'équateur) ainsi qu'en Inde et en Asie du Sud-Est (bassins du Gange et du Brahmapoutre, bassin du Mékong). Les amplitudes prédites par le modèle LaD sont partout supérieures à celles prédites par les deux autres modèles, notamment sur le bassin de l'Orénoque et sur les bassins du Gange et du Brahmapoutre. Le modèle de l'ECMWF prédit en Amérique du Sud des amplitudes environ deux fois plus faibles que les autres modèles. En moyenne dans la zone intertropicale, l'amplitude moyenne du signal saisonnier est de 69 mm d'eau et l'écart type entre les modèles est de 25 mm. Celui-ci est par endroit supérieur à 100 mm en Amazonie. Logiquement, plus le signal est fort, plus l'écart type est grand.

Aux moyennes et hautes latitudes, on trouve généralement des amplitudes moyennes modérées inférieures à 100 mm d'eau en Europe ainsi que sur la côte Atlantique de l'Amérique du Nord, ou de l'ordre de 120 mm au centre de la Russie. Les prédictions diffèrent surtout dans les régions où la variation saisonnière de la couverture neigeuse est importante: en Sibérie, sur la côte Pacifique du Canada et au Sud de l'Alaska. Ceci est dû à une mauvaise estimation par les modèles de l'épaisseur de neige. Le modèle LaD prédit à nouveau des amplitudes plus fortes que les autres modèles. On trouve un bon accord entre le modèle GLDAS et le modèle de l'ECMWF en Europe et en Russie; cependant, le modèle GLDAS — de même que le modèle LaD — prédit des amplitudes plus fortes au Sud de l'Alaska et à l'Ouest du Canada. C'est dans ces régions que l'écart type atteint sa valeur maximale (240 mm). La dispersion est importante aussi en Sibérie (150 mm). Ces zones étant localisées, la moyenne de l'écart type sur les moyennes et hautes latitudes reste plus faible (20 mm) qu'aux basses latitudes. L'amplitude moyenne du signal y est en outre plus faible, en moyenne (50 mm). Relativement au signal, l'écart type (i.e. la dispersion) est plus important aux moyennes et hautes latitudes qu'aux basses latitudes.

Concernant la phase, mise à part de fortes dispersions — prévisibles — entre modèles dans les

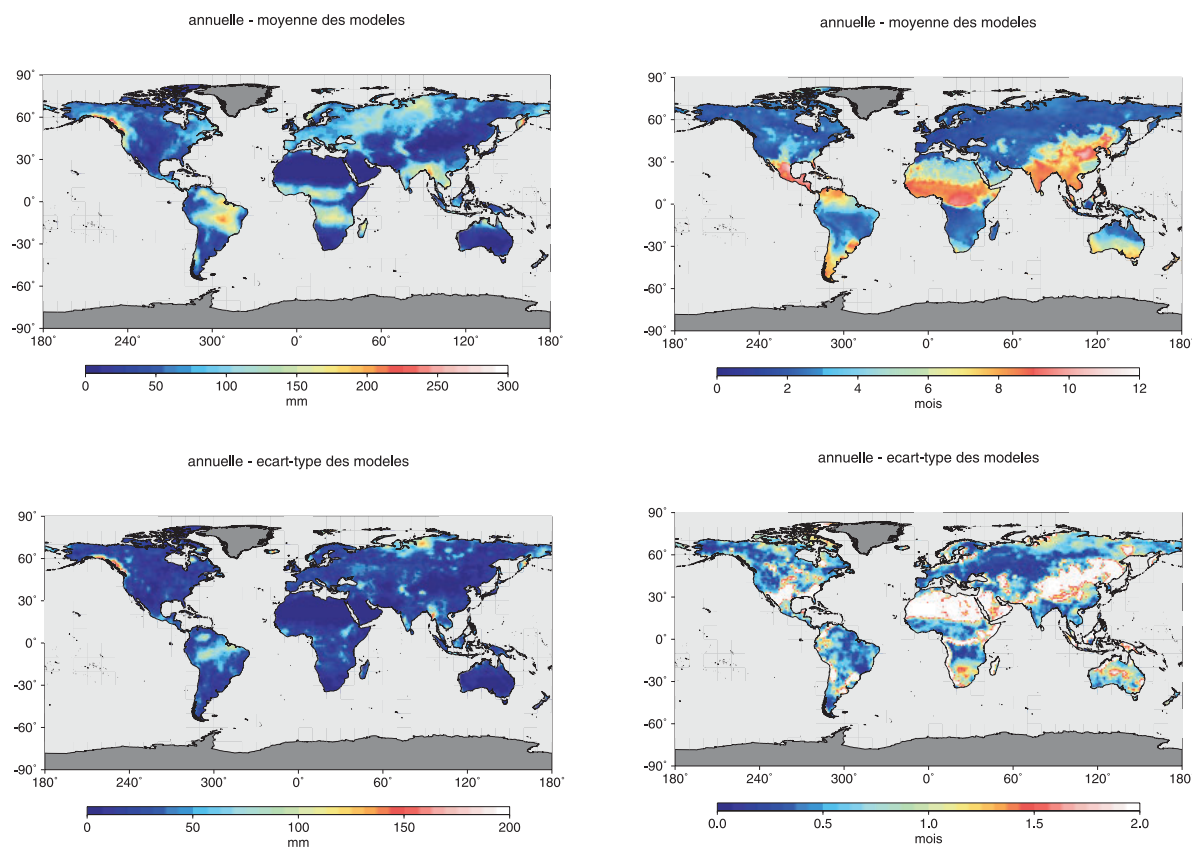


FIG. 1.17 – Moyenne et écart type non biaisé de la variation annuelle estimée à partir des sorties des modèles hydrologiques globaux de la figure 1.16. Amplitude (à gauche, en mm) et retard de phase (à droite, exprimée en mois à partir du début de l'année).

	Continents		Tropiques (25°S–25°N)	Moyennes et hautes latitudes (> 25°N/S)
	Amplitude	Phase	Amplitude	Amplitude
LaD	68	4.4	80	61
GLDAS	55	4.4	69	44
ECMWF	51	4.2	59	45
Moyenne	58	4.4	69	50
Ecart-type non biaisé	22	1.2	25	20

TAB. 1.4 – Comparaison entre les modèles hydrologiques globaux LaD, GLDAS et de l'ECMWF: cas de la variation annuelle. Pour chaque modèle, moyennes spatiales de l'amplitude (en mm) et du retard de phase (en mois) sur les continents (exceptés l'Antarctique et le Groenland), de l'amplitude sur les zones continentales tropicales et les zones continentales de moyennes et hautes latitudes (cf figure 1.16). Moyenne et écart type non biaisé entre les modèles (cf figure 1.17), moyennés spatialement sur les différents domaines.

zones arides où le signal est très faible ainsi que dans le sud-est des États-Unis, l'écart type est, en moyenne, inférieur à 1 mois. Dans les zones de forte variation saisonnière de la couverture neigeuse, en Sibérie et au Nord du Canada, la dispersion augmente jusqu'à 1 mois: le modèle LaD y prédit une phase retardée par rapport aux autres modèles. Les modèles semblent difficilement s'accorder sur le déroulement de la fonte des neiges dans ces régions.

Estimation de la variation saisonnière par GRACE

Après avoir constaté une assez forte dispersion entre les modèles concernant la variation annuelle du contenu en eau des premiers mètres du sous-sol, nous nous penchons maintenant sur les estimations issues de la mission GRACE. En effet, elles peuvent permettre de valider ou non les modèles hydrologiques dans certaines régions. Cependant, il faut garder à l'esprit que la mission GRACE, qui intègre verticalement toutes les variations de masses d'eau dans le sous-sol, apporte une information supplémentaire par rapport aux modèles sur l'eau des nappes souterraines. Ceci peut être à l'origine de différences entre les modèles et les observations.

Traitement des données

Nous estimons la variation saisonnière du contenu en eau à partir de 3 ans de solutions GRACE du GRGS et du CSR. Dans le cas des solutions du CSR, la période est identique à celle utilisée pour l'étude des modèles, soit entre avril 2002 et avril 2005; pour les solutions du GRGS, la période d'étude est située entre août 2002 et août 2005. Pour les solutions du CSR, nous testons les deux types de filtres présentés section 1.4.2, c'est-à-dire l'apodisation dans le domaine spectral et le filtrage gaussien isotrope. Pour chacun d'eux, nous testons deux valeurs des paramètres.

Les données GRACE sont exprimées en hauteur d'eau équivalente sur une grille de $1^\circ \times 1^\circ$ comprenant les océans. Sur les continents, nous ajustons par moindres carrés un signal annuel, un signal semi-annuel, une tendance et une constante (équation 1.17).

Sur les océans, l'aliasing de la marée océanique non corrigée donne, pour chaque onde de marée, un signal périodique à longue période (Han *et al.*, 2004; Ray et Luthcke, 2006). D'après ces auteurs, l'alias de l'onde S_2 est le plus important et sa période est de 161 jours. Le caractère mono-fréquentiel de ce type de bruit nous permet de l'éliminer facilement des données en ajustant en plus des signaux de l'équation (1.17), une sinusoïde de la forme $a_3 \cos(\omega_3 t - \phi_3)$ à la fréquence $\omega_3 = 365.25/161 = 2.27$ cycle/an.

Nous considérons que le signal annuel inversé par cette méthode sur les océans constitue une estimation de l'erreur sur le signal annuel calculé sur les continents. Ceci suppose que l'essentiel du signal annuel estimé sur les océans est du bruit (nous nuancerons cette hypothèse en utilisant les sorties du modèle de circulation océanique globale ECCO dans la section 1.4.3).

En chaque point de la grille, l'écart type (RMS) du résidu de la régression est évalué: il comporte à la fois du bruit et du signal non périodique. En effet, les variations de contenu en eau sont très irrégulières par endroit (p. ex. au Sahel) et ne peuvent être modélisées à l'aide de deux sinusoïdes. Mais du bruit est aussi présent et on peut considérer comme Wahr *et al.* (2006) que le RMS du résidu correspond à une estimation du bruit sur les solutions décennales ou mensuelles, forcément plus bruitées que la composante annuelle.

Résultats

L'amplitude de la variation annuelle est représentée en tout point du globe pour les solutions du GRGS et du CSR (figures 1.18 et 1.19, respectivement). Le RMS du résidu est représenté pour chaque solution et chaque type de filtrage (figure 1.20). Les tableaux 1.5 et 1.6 contiennent les valeurs moyennes de l'amplitude de la variation annuelle et du RMS, respectivement, calculées sur les océans, les continents, dans la zone intertropicale et la zone des hautes et moyennes latitudes.

Le bruit affectant les solutions non contraintes du CSR se caractérise par des bandes méridiennes très visibles sur les océans masquant le signal océanique (figure 1.19). Elles sont aussi présentes sur les continents, bien que masquées par le signal hydrologique. Nous avons vu dans la section 1.3.4 que ces bandes sont dues au moins bon échantillonnage en longitude qu'en latitude par les satellites. Elles disparaissent aux très hautes latitudes (supérieures à 75°N/S) où la couverture spatiale est meilleure.

Si aucun filtrage n'avait été appliqué aux solutions, le bruit à haute fréquence masquerait complètement le signal hydrologique. Cependant, il est impossible d'ôter complètement ces bandes en

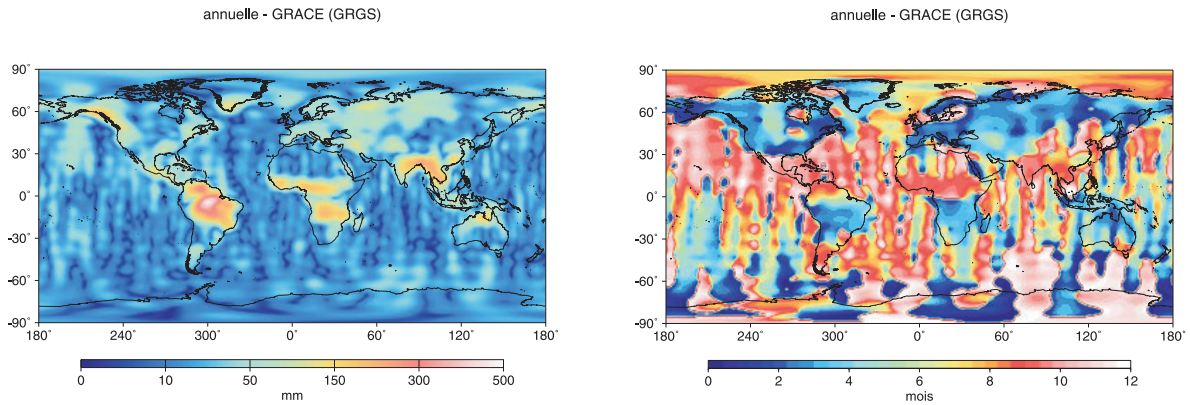


FIG. 1.18 – Amplitude (à gauche, en mm) et retard de phase (à droite, exprimé en mois à partir du début de l'année) du signal annuel estimé à partir de 3 ans (Août 2002 - Août 2005) de solutions GRACE du GRGS.

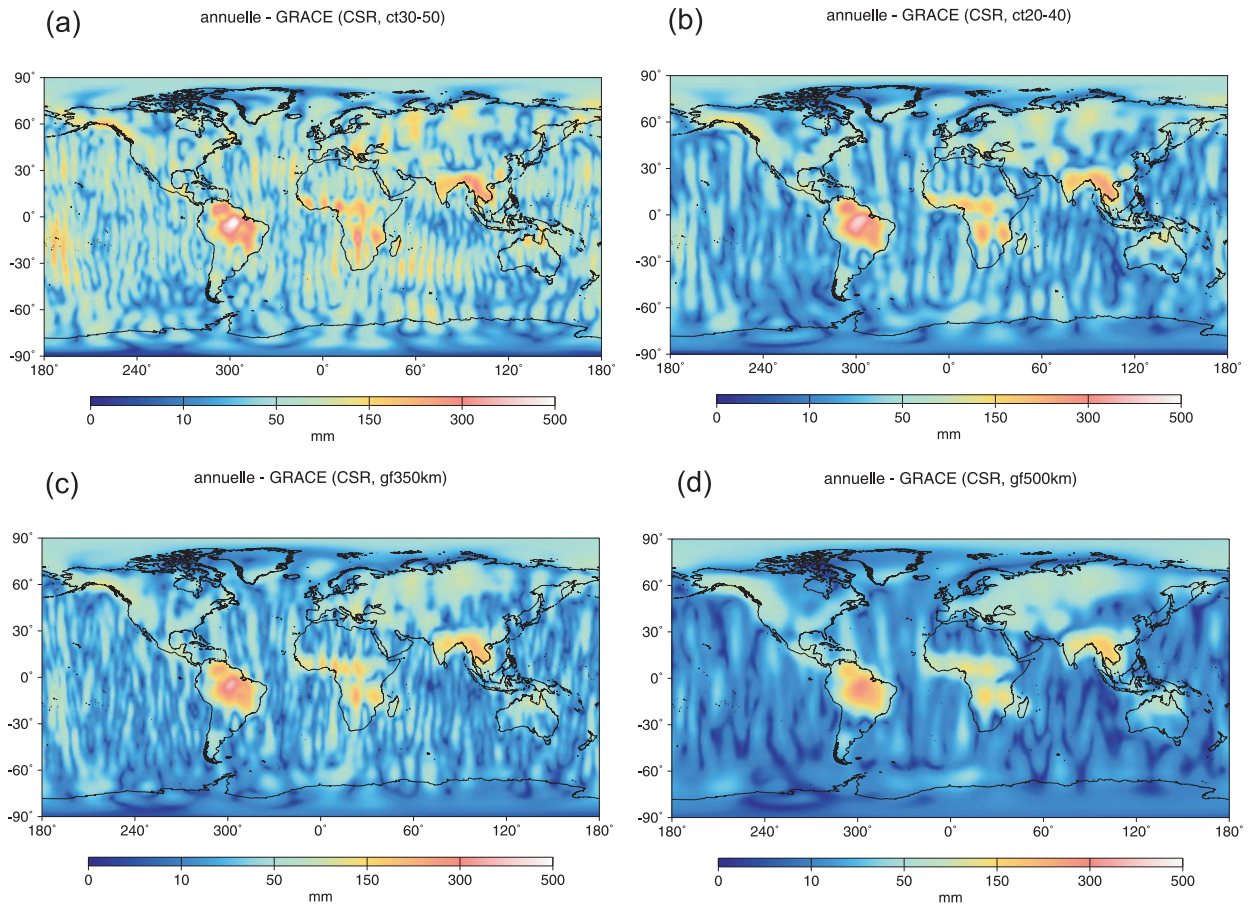


FIG. 1.19 – Amplitude (en mm) du signal annuel estimé à partir de 3 ans (Avril 2002 - Avril 2005) de solutions GRACE du CSR après différents filtrages: (a) apodisation entre $n_1=30$ et $n_2=50$ ou (b) entre $n_1=20$ et $n_2=40$, (c) filtrage gaussien de rayon 350 km ou (d) 500 km.

	Océans	Continents		Tropiques (25°S–25°N)	Moyennes et hautes latitudes (> 25°N/S)
	Amplitude	Amplitude	Phase	Amplitude	Amplitude
GRGS	23	65	5.2	98	43
CSR					
avec apodisation entre					
$n_1=30$ et $n_2=50$	54	87		121	63
$n_1=20$ et $n_2=40$	31	70	5.2	102	48
avec filtrage gaussien					
de rayon 350 km	29	64		92	44
de rayon 500 km	19	54	5.1	79	36

TAB. 1.5 – *Comparaison de l'amplitude (en mm) et de la phase (en mois à partir du début de l'année) de la variation annuelle estimée à partir des solutions GRACE du GRGS et du CSR après différents filtrages (cf figures 1.18 et 1.19). Moyennes spatiales sur différents domaines (exceptés l'Antarctique et le Groenland).*

appliquant une fenêtre d'apodisation dans le domaine spectral (figures 1.19a et b) car ce type de filtrage laisse intacts les degrés inférieurs à n_1 (cf figure 1.13). Or, les coefficients sectoriels du champ — responsables des bandes méridiennes — sont bruités à tous les degrés. Un filtrage gaussien permet d'ôter les oscillations dont la longueur d'onde est inférieure au rayon (ou longueur de cohérence) du filtre: ainsi, des bandes sont toujours visibles après un filtrage gaussien de rayon 350 km et même 500 km (figures 1.19c et d). Etant donné le caractère non-isotrope du bruit, le filtrage gaussien isotrope n'est pas adapté pour éliminer ces bandes méridiennes: un filtre non-isotrope serait plus adapté à la physique du problème (Kusche, 2007).

Au contraire, la contrainte appliquée lors de l'inversion des solutions du GRGS — bien qu'isotrope — permet de réduire considérablement l'amplitude des bandes méridiennes tout en préservant le signal ce qui n'est pas le cas avec un filtrage gaussien. Avec le filtrage gaussien, il est nécessaire d'employer un grand rayon afin d'éliminer efficacement ces bandes: certains auteurs vont jusqu'à utiliser des rayons de 750 km (Schmidt *et al.*, 2006) ou même 1000 km (Wahr *et al.*, 2004). La contrepartie est, qu'en un point donné, le signal s'homogénéise de plus en plus avec les signaux des points voisins: on parle de «fuite» du signal (Swenson et Wahr, 2002). Dans les régions côtières du sud de l'Alaska et de l'ouest du Canada par exemple, le signal d'origine hydrologique «fuit» dans l'Océan Pacifique (figure 1.19d). A l'inverse, dans les solutions contraintes du GRGS, le signal est mieux focalisé car davantage de signal a été conservé aux courtes longueurs d'onde. Ceci montre l'intérêt de la stratégie du GRGS par rapport à l'application *a posteriori* d'un filtre *ad hoc* mal adapté au type de bruit rencontré.

Prenant le rapport entre l'amplitude annuelle moyenne sur les continents et l'amplitude annuelle moyenne sur les océans (respectivement 2^{ème} et 1^{ère} colonnes du tableau 1.5) comme approximation du rapport signal-sur-bruit, on constate que les solutions contraintes du GRGS et les solutions du CSR après un filtrage gaussien de 500 km de rayon ont le plus faible rapport (2.8). Cependant, leurs contenus spectraux sont très différents, les solutions du GRGS comportant davantage d'énergie aux hauts degrés. Les solutions du CSR après apodisation entre $n_1=20$ et $n_2=40$ ou après un filtrage gaussien de rayon 350 km ont le même rapport signal-sur-bruit (2.2). Mais le premier filtrage épargne les degrés inférieurs à 20 alors que le second les atténue et ce dernier préserve davantage de hautes fréquences que le premier. Enfin, le rapport le plus mauvais (1.6) est trouvé pour les solutions du CSR après apodisation entre $n_1=30$ et $n_2=50$: ce filtrage ne réussit pas aussi bien à éliminer le bruit que la contrainte appliquée sur les solutions du GRGS. Ces dernières sont plus proches des solutions du CSR après apodisation entre $n_1=20$ et $n_2=40$.

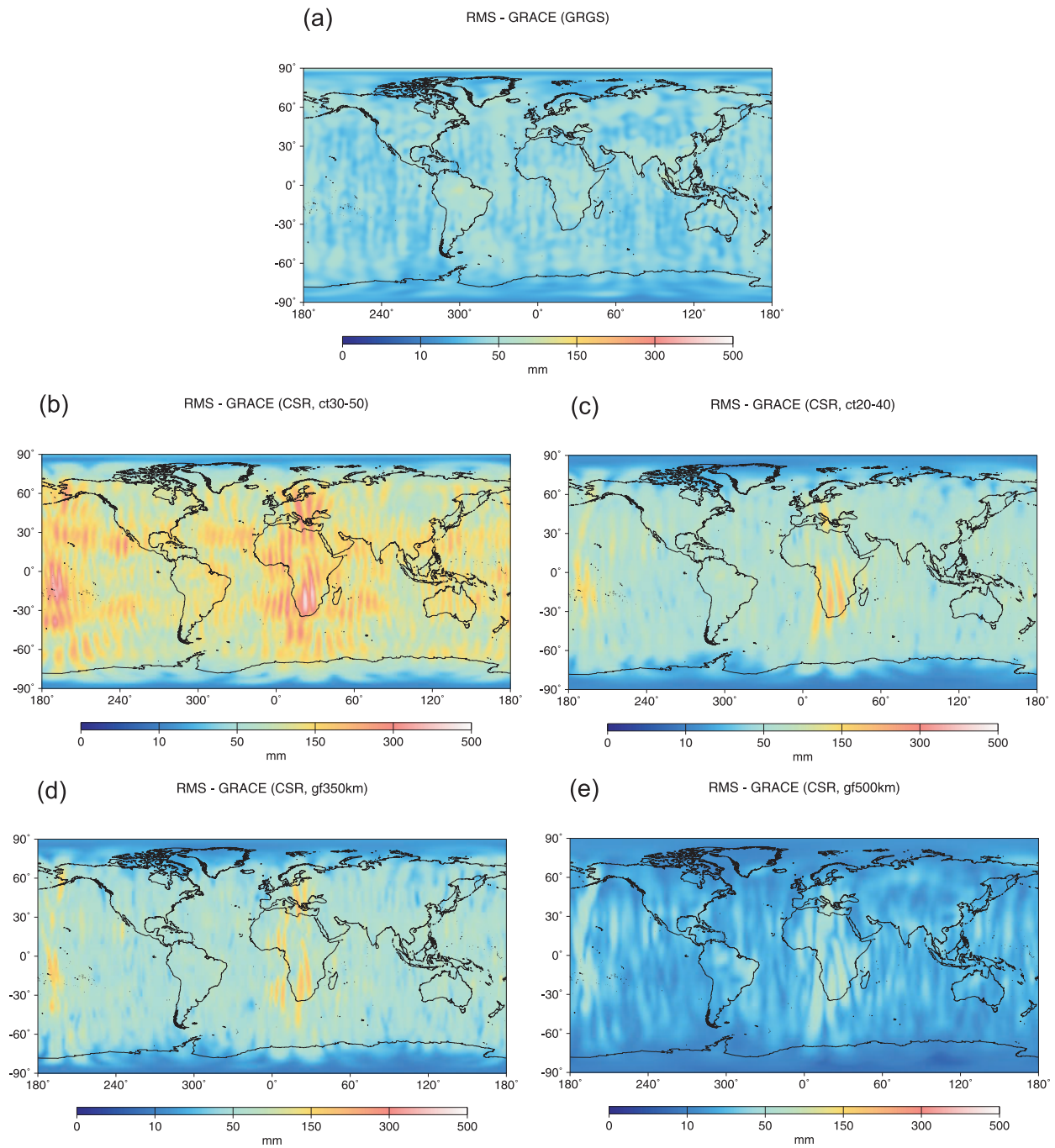


FIG. 1.20 – RMS (en mm) du résidu après l'ajustement de signaux annuel, semi-annuel, d'une constante et de l'alias de l'onde S_2 déduit de 3 ans (Avril 2002 - Avril 2005) de solutions GRACE après différents filtrages: (a) solutions du GRGS, (b) solutions du CSR après une apodisation entre $n_1=30$ et $n_2=50$ ou (c) entre $n_1=20$ et $n_2=40$, et après un filtrage gaussien de rayon 350 km (d) ou 500 km (e).

	Océans	Continents	Tropiques (25°S–25°N)	Moyennes et hautes latitudes (> 25°N/S)
GRGS	41	47	50	44
CSR				
avec apodisation entre				
$n_1=30$ et $n_2=50$	130	136	155	122
$n_1=20$ et $n_2=40$	65	70	81	62
avec filtrage gaussien				
de rayon 350 km	61	65	74	58
de rayon 500 km	28	32	37	28

TAB. 1.6 – Comparaison du RMS du résidu après l'ajustement de signaux annuel, semi-annuel, d'une constante et de l'alias de l'onde S_2 pour les différentes solutions GRACE. Moyennes spatiales des résidus (en mm) sur les continents et les océans, les zones continentales tropicales et les zones continentales de moyennes et hautes latitudes pour chaque solution GRACE (figure 1.20).

Le RMS des résidus de la régression (figure 1.20 et tableau 1.6) est toujours supérieur à l'amplitude de la variation annuelle sur les océans: le bruit sur les variations mensuelles ou décadaires est logiquement supérieur au bruit sur la variation annuelle. On n'observe pas de différence significative d'amplitude entre les continents et les océans. Les très hautes latitudes se distinguent encore une fois par un faible niveau de bruit. Dans les solutions du CSR, on retrouve des rayures méridiennes dont l'amplitude est particulièrement forte aux longitudes 20-30°E et 190°E. Après une apodisation entre $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$, on trouve à nouveau le plus mauvais résultat, avec un RMS moyen de 136 mm sur les continents. La diminution du RMS causée par le choix des paramètres de la fenêtre d'apodisation (figures 1.20b et c) ou du rayon du filtre (figures 1.20d et e) est un peu plus forte ($\sim -50\%$) que celle observée sur l'amplitude de l'annuelle sur les océans ($\sim -43\%$, figure 1.19). Après une apodisation entre $n_1 = 20$ et $n_2 = 40$ ou un filtrage gaussien de rayon 350 km, des niveaux de bruit similaires sont obtenus (70 et 65 mm, respectivement). Il est difficile de distinguer dans le domaine spatial les différences entre ces deux filtrages. Après un filtrage gaussien de rayon 500 km, on obtient les plus faibles RMS (32 mm, en moyenne sur les continents). Cependant, ce filtrage n'a pas réussi à réduire totalement le bruit, notamment dans la partie sud de l'Afrique où le RMS atteint 93 mm. La valeur moyenne du RMS est de 29 mm sur l'ensemble du globe; elle est inférieure à l'estimation par Wahr *et al.* (2006) de l'erreur sur les prédictions mensuelles de contenu en eau, soit 38 mm. La différence vient du fait que nous avons analysé une série temporelle plus longue (3 ans contre 22 mois) correspondant à un nombre entier d'années ce qui permet une meilleure estimation du signal annuel.

La variabilité spatiale du RMS est nettement moins importante avec les solutions contraintes du GRGS qu'avec les solutions filtrées du CSR (figure 1.20). L'erreur moyenne est cependant plus forte avec les solutions du GRGS (47 mm sur les continents) car elles contiennent davantage de courtes longueur d'onde. Les erreurs formelles calibrées estimées par le GRGS par propagation de la matrice de covariance complète dans le domaine spatial (figure 1.7) sont plus fortes que nos estimations à partir du RMS: dans la zone intertropicale, nous trouvons un RMS moyen de 50 mm sur les continents et 42 mm sur les océans, soit en moyenne de 44 mm, alors que l'erreur estimée par le GRGS est d'environ 60 mm à ces latitudes.

	Océans	Continents		Tropiques (25°S–25°N)	Moyennes et hautes latitudes (> 25°N/S)
	Amplitude	Amplitude	Phase	Amplitude	Amplitude
Apodisation entre $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$					
GLDAS + ECCO	14	49	4.7	67	37
ECMWF + ECCO	13	46	4.5	57	38
Filtrage gaussien de rayon 500 km					
GLDAS + ECCO	13	39	4.6	54	29
ECMWF + ECCO	11	36	4.5	45	30

TAB. 1.7 – *Moyennes spatiales de l’amplitude (en mm) et de la phase (en mois) de la variation annuelle pour les deux combinaisons de modèles globaux après deux types de filtrage différents (représentées figure 1.21). Moyenne sur les continents et les océans, les zones continentales tropicales et les zones continentales de moyennes et hautes latitudes.*

Comparaison avec les estimations filtrées des modèles

Afin de comparer la variation annuelle observée par GRACE à celle prédite par les modèles, il est nécessaire que les deux types de données aient les mêmes résolutions spatiale et temporelle.

Ainsi, nous avons apodisé les sorties des modèles entre les degrés $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ afin que leur contenu spectral soit à peu près semblable à celui des solutions contraintes du GRGS. De la même façon que dans la section 1.4.3, nous avons estimé l’amplitude et le retard de phase de la variation annuelle sur ces champs filtrés en ajustant par moindres carrés les signaux de l’équation 1.17.

La figure 1.21a (resp. b) montre les résultats du filtrage pour les sorties des modèles GLDAS (resp. de l’ECMWF). Les sorties du modèle de circulation océanique ECCO^q (Stammer *et al.*, 2002) sont utilisées afin de quantifier l’amplitude du signal annuel sur les océans et de la comparer à l’estimation par GRACE. Les sorties des modèles (données toutes les 6 heures pour GLDAS et ECMWF et toutes les 12 heures pour ECCO) sont transformées en moyennes sur 10 jours. De même que dans le traitement des solutions GRACE, on applique une moyenne pondérée entre trois solutions successives, la solution centrale ayant un poids double par rapport aux deux autres.

L’apodisation entre les degrés $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ réduit l’amplitude moyenne du signal annuel non filtré de 10% sur les continents (tableaux 1.4 et 1.7). La réduction d’amplitude est plus importante aux basses latitudes (15%) qu’aux moyennes et hautes latitudes (5%).

L’amplitude du signal annuel prédite par les deux modèles est systématiquement inférieure (d’environ 27%) à celle observée par GRACE (figure 1.18): ceci est davantage le cas dans la zone intertropicale — avec un écart par rapport aux observations GRACE de 30% (respectivement 40%) pour le modèle GLDAS (resp. de l’ECMWF) — qu’aux moyennes et hautes latitudes, où l’écart est d’environ 13% pour les deux modèles (tableaux 1.5 et 1.7). Dans la zone intertropicale, les principales différences concernent les bassins de l’Orénoque, de l’Amazonie et du Parana où la distribution spatiale et l’amplitude du signal diffèrent entre modèles et observations, ainsi que sur les bassins du Gange et du Brahmapoutre où l’amplitude observée est supérieure à l’amplitude prédite. En Afrique, l’accord est bien meilleur que dans les régions précédentes. La différence entre observations et prédictions, moyennée sur les continents et les modèles, est d’environ 18 mm (soit 65 – 47): elle s’explique par le niveau de bruit sur l’annuelle que nous avons estimé à 23 mm pour les solutions du GRGS. Cependant, ceci n’explique pas le fait que cette différence soit systématiquement positive.

q. «Estimating the Circulation and Climate of the Ocean»

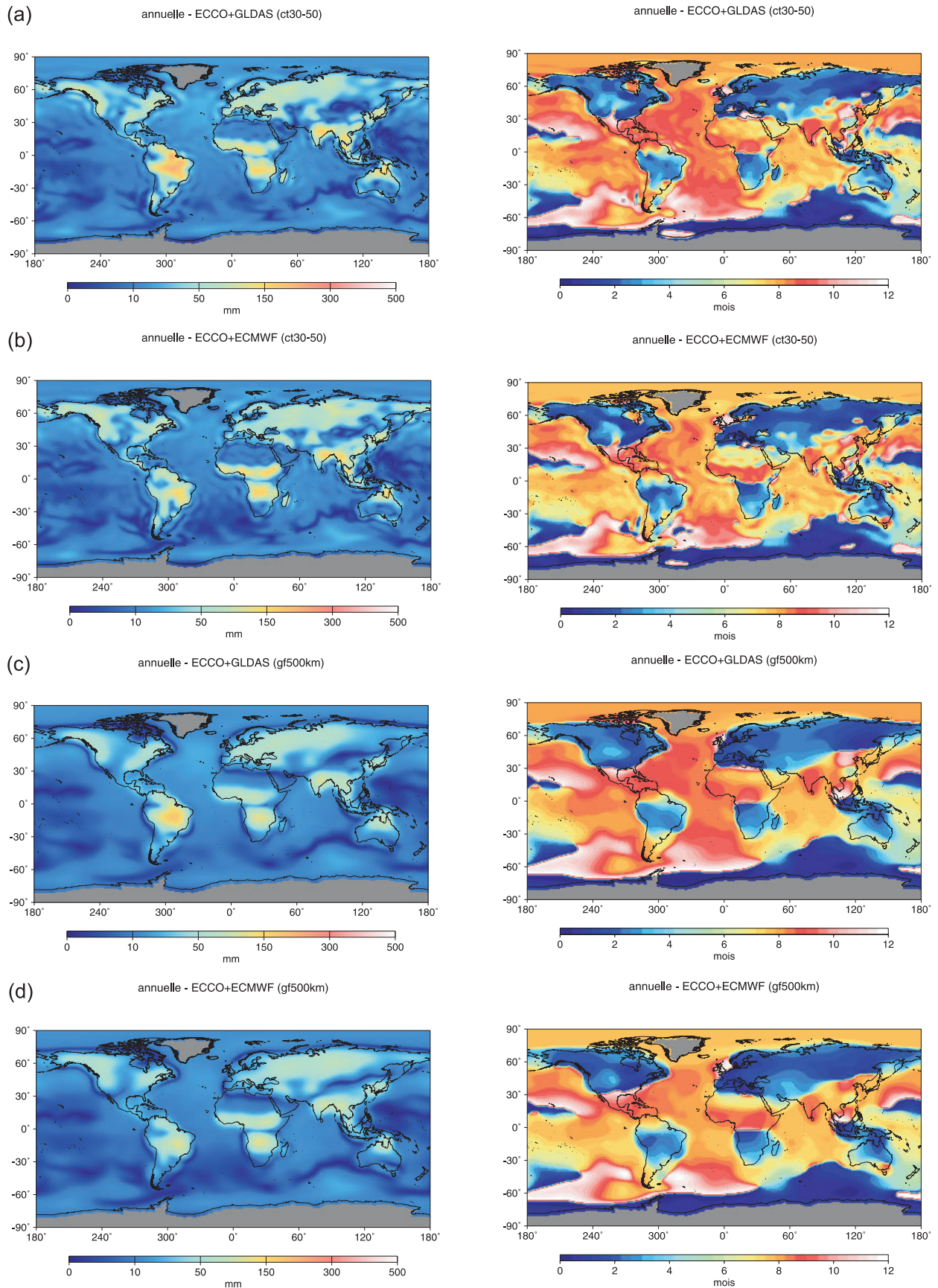


FIG. 1.21 – Amplitude (à gauche, en mm) et phase (à droite, exprimée en mois à partir du début de l'année) du signal annuel déduit de 3 ans (Août 2002 - Août 2005) d'estimations de modèles globaux (ECCO+GLDAS ou ECCO+ECMWF) après apodisation entre $n_1=30$ et $n_2=50$ (a et b) ou filtrage gaussien de rayon 500 km (c et d).

De plus, notre hypothèse selon laquelle le signal annuel sur les océans est négligeable par rapport au bruit se révèle fausse: l'amplitude moyenne prédite sur les océans est de 13-14 mm selon les modèles (tableau 1.7), ce qui représente un peu plus de la moitié de l'amplitude estimée (23 mm) à partir des solutions GRACE du GRGS (tableau 1.5). De plus, une partie de ce signal annuel est due à la fuite du signal hydrologique des continents vers les océans, ce qui explique la légère différence sur l'amplitude moyenne trouvée entre les deux combinaisons de modèles. Notre estimation du bruit sur la variation annuelle a donc été surestimée: le niveau de bruit réel doit se situer entre 10 (soit $23 - 13$) et 23 mm.

Comparons maintenant les prédictions filtrées avec un filtre gaussien de rayon 500 km (figures 1.21c et d) avec les estimations des solutions du CSR filtrées de la même manière (figure 1.19d). Les amplitudes des prédictions filtrées (tableau 1.7) sont en moyenne 30% plus faibles que les prédictions non filtrées (tableau 1.4). Les amplitudes prédites sont à nouveau supérieures (d'environ 31%) à celles observées par GRACE; ceci est davantage le cas aux basses latitudes (32% pour le modèle GLDAS et 43% pour le modèle de l'ECMWF) qu'aux moyennes et hautes latitudes (82%). Les principales différences concernent l'amplitude et se situent en Asie du Sud-Est et en Amérique du Sud. L'écart moyen entre observations et prédictions est égal à 17 mm et est de l'ordre de grandeur du bruit estimé pour ces solutions, compris entre 7 mm (soit $19 - 12$ où 12 mm est l'amplitude moyenne prédite par les modèles sur les océans) et 19 mm (amplitude moyenne de la variation annuelle sur les océans, tableau 1.5).

La prise en compte des erreurs sur les solutions GRACE ainsi que des erreurs liées à la troncature du développement en harmoniques sphériques est très importante lorsque l'on effectue des bilans de masse sur des bassins hydrologiques ou des calottes glaciaires à différentes échelles temporelles. Le but est de minimiser l'erreur totale, sachant que précision et résolution spatiale sont difficilement conciliables.

Les amplitudes estimées par GRACE sont systématiquement supérieures aux amplitudes prédites par les modèles, ceci à toutes les échelles de temps et pour des filtrages différents. Schmidt *et al.* (2006) trouvent les estimations mensuelles déduites des solutions du GFZ supérieures de 50% aux prédictions du modèle WGHM après un filtrage gaussien de 750 km de rayon. Schmidt *et al.* (2006); Ramillien *et al.* (2005) utilisent la méthode d'inversion des données GRACE de Ramillien *et al.* (2004) qui se base sur une distribution spatiale *a priori* pour chaque réservoir fluides (océans, atmosphère, contenu en eau du sous-sol, neige): ceci a pour effet de réduire les amplitudes issues des données GRACE et de mieux séparer les différentes contributions (Ramillien *et al.*, 2005; Schmidt *et al.*, 2006). Cependant, le fait de prendre comme *a priori* des modèles est très discutable si l'on souhaite améliorer ces derniers et sachant que GRACE apporte une information supplémentaire concernant l'eau contenue dans les nappes.

1.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'arriver aux conclusions suivantes:

D'un point de vue théorique, la dérivée verticale du potentiel gravitationnel ou gravité «satellite» est un observable ayant un contenu spectral très proche de celui de la charge hydrologique, à des échelles inférieures environ à 2000 km ($n \gtrsim 10$). Le problème inverse permettant de convertir les variations de gravité en variations de hauteur d'eau équivalente admet une solution unique en faisant l'hypothèse que les masses d'eau forment une couche mince plaquée à la surface de la Terre. Contrairement à la dérivée du potentiel, le contenu spectral de la surcharge hydrologique observée dans le déplacement vertical est beaucoup moins riche en courtes longueurs d'onde: cet observable permet de mieux valider les grandes longueurs d'onde de la charge hydrologique.

Les erreurs sur les solutions globales de champ de gravité variable estimées à partir des mesures des satellites GRACE sont dues à l'imprécision des mesures, à l'imperfection des modèles utilisés pour la correction des effets géophysiques connus (notamment les marées océaniques et les effets de l'atmosphère), l'aliasing des variations de masse à haute fréquence non ou mal modélisées. Ces erreurs donnent du bruit qui augmente significativement à partir du degré harmonique 15 (demi-longueur d'onde 1333 km). Si aucune contrainte n'est appliquée lors de l'inversion des coefficients de Stokes, le bruit devient supérieur au signal à partir du degré 25 (demi-longueur d'onde 800 km). Il est plus important sur les degrés sectoriels du champ, créant dans les champs de gravité des bandes méridiennes caractéristiques.

Le choix fait par le GRGS de l'application d'une contrainte physique par rapport à un champ statique *a priori*, bien qu'isotrope, permet de stabiliser l'inversion et d'aboutir à des champs réalistes expliquant les données GRACE. La résolution atteinte avec les solutions contraintes du GRGS est de 400 km et l'erreur sur les variations décennales de hauteur d'eau est de 4-5 cm en moyenne sur le globe. L'erreur sur la variation annuelle est au plus égale à 2 cm d'eau.

Au contraire, l'inversion libre, sans *a priori*, choisie par le CSR aboutit à des champs de gravité dominés par le bruit. Un filtrage *a posteriori* de ces champs est absolument nécessaire. Le filtrage gaussien isotrope — couramment appliqué dans la littérature — pose un problème conceptuel car il aboutit à des champs lissés n'expliquant plus les données utilisées pour l'inversion car tous les degrés du spectre sont affectés par un tel filtrage. Un autre problème que pose ce filtre est la fuite du signal en-dehors des bassins hydrologiques et la contamination de ce signal par des signaux extérieurs, phénomènes d'autant plus importants que le rayon du filtre est grand. Un filtrage passe-bas isotrope avec une fenêtre d'apodisation en cosinus est plus acceptable car il laisse intactes les estimations des bas degrés qui expliquent au mieux les données au sens des moindres carrés. Une apodisation entre les degrés 20 et 40 permet d'obtenir des champs mensuels de hauteur d'eau ayant un rapport signal-sur-bruit acceptable. Leur résolution spatiale est de 500 km pour une erreur de 7 cm en moyenne sur le globe. L'erreur moyenne maximale sur la variation annuelle est estimée à 3 cm.

La dispersion sur la variation annuelle du contenu en eau dans le sous-sol (humidité du sol + neige) prédite par différents modèles hydrologiques est en moyenne sur les continents de 2.2 cm, à 100 km de résolution. Elle est maximale, relativement au signal, dans les régions où les variations saisonnières de la couverture neigeuse sont importantes. La dispersion est de l'ordre de grandeur de l'erreur sur les solutions GRACE qui ont pourtant une résolution 4 à 5 fois inférieure aux modèles: on voit ainsi les limites de la validation des modèles hydrologiques par la mission GRACE.

A la même résolution spatiale, la variation annuelle observée par GRACE est supérieure en moyenne sur les continents de 27% à celle prédite par les modèles, ce qui pourrait rentrer dans la barre d'erreur des solutions GRACE dans le cas le plus pessimiste.

Chapitre 2

Variations de gravité et hydrologie en Europe: comparaison entre données spatiales, données terrestres et modèles

2.1 Introduction

Nous avons étudié au chapitre précédent les variations saisonnières de hauteur d'eau à l'échelle globale estimées à partir de différentes solutions GRACE. Dans ce chapitre, nous étudierons l'ensemble du spectre de variations contenues dans les solutions du GRGS en nous focalisant sur l'Europe.

Sur les deux premières années de la mission GRACE, Andersen *et al.* (2005) ont calculé la variation temporelle du contenu en eau intégrée sur l'ensemble des bassins d'Europe centrale et de l'Ouest (des bassins de la Loire et de la Seine à l'Ouest, aux bassins du Danube et de la Vistule, à l'Est). Ils mettent en évidence un déficit hydrique pendant l'été 2003 associé aux records de chaleur enregistrés en Europe à cette période. Nous disposons maintenant de plus de 4 ans de solutions du champ de gravité variable issus des mesures GRACE. La question que nous nous posons est de savoir si le déficit en eau associé à la vague de chaleur de l'été 2003 et observé par GRACE a été résorbé au cours des années suivantes ou s'il persiste encore en 2007.

Les gravimètres supraconducteurs du réseau GGP enregistrent en continu les variations de la gravité au sol, depuis plus de dix ans, pour certains d'entre eux. Après correction des effets des marées solides et océaniques, du mouvement du pôle de rotation, de l'effet de la pression atmosphérique (locale et globale), on obtient des résidus de quelques μGal d'amplitude caractérisés par une forte variation saisonnière (Boy et Hinderer, 2006). Ils traduisent la surcharge causée par l'eau contenue dans les sols et la couverture neigeuse.

Les effets liés à la charge hydrologique étant isolés à la fois dans les résidus de gravité issus des mesures des satellites GRACE et dans les résidus de gravité issus des mesures au sol par les gravimètres supraconducteurs du réseau GGP, une comparaison entre ces deux types de résidus peut être envisagée. Nous analyserons les problèmes d'une telle comparaison et discuterons de l'intérêt d'une décomposition en composantes principales (EOF) des résidus de gravité issus des mesures au sol. Celle-ci sera également effectuée sur les résidus de gravité issus des mesures spatiales.

2.2 Variations temporelles du contenu en eau observées par GRACE

2.2.1 Introduction

GRACE permet d'effectuer des bilans de masse à l'échelle de bassins hydrologiques dont la taille est supérieure à la résolution des champs de gravité. Dans le cas où on utilise des solutions qui ne sont ni contraintes ni filtrées, une méthode proposée par Swenson et Wahr (2002) et Swenson *et al.* (2003) est de créer un «noyau» correspondant à une version filtrée de la fonction du bassin (égale à 1 à l'intérieur du bassin et 0 à l'extérieur). La sensibilité du noyau est maximale au centre du bassin et diminue progressivement vers les bords du bassin. En multipliant les champs GRACE par ce noyau, les hauts degrés, les plus bruités, sont éliminés et les erreurs associées sont réduites. Cependant, plus on élimine de hauts degrés, moins les contours du bassin sont définis précisément: le noyau n'est pas nul en-dehors du bassin. Un signal provenant de l'extérieur du bassin peut venir contaminer l'estimation du signal sur le bassin en question; inversement, le signal provenant d'un bassin «fuit» à l'extérieur de celui-ci. Il est donc important de trouver un noyau optimal permettant de réduire à la fois l'erreur sur les solutions GRACE et celle due à la fuite du signal ou l'une des deux, l'autre étant fixée (Swenson et Wahr, 2002). Cette méthode nécessite de connaître les erreurs sur les champs GRACE dans le domaine spatial pour une résolution donnée. Des bilans sur les bassins du Mississippi, du Gange-Brahmapoutre et de l'Amazone ont ainsi été déterminés par cette méthode par Wahr *et al.* (2004).

Dans le cas où les solutions ont été préalablement filtrées, l'erreur sur les solutions est fixée. Il faut alors minimiser l'erreur due à la fuite du signal et à la contamination par des signaux extérieurs en donnant plus de poids aux points situés au centre du bassin. Le filtrage de la fonction du bassin pour ôter ses courtes longueurs d'onde et limiter ainsi les erreurs provenant des hauts degrés des

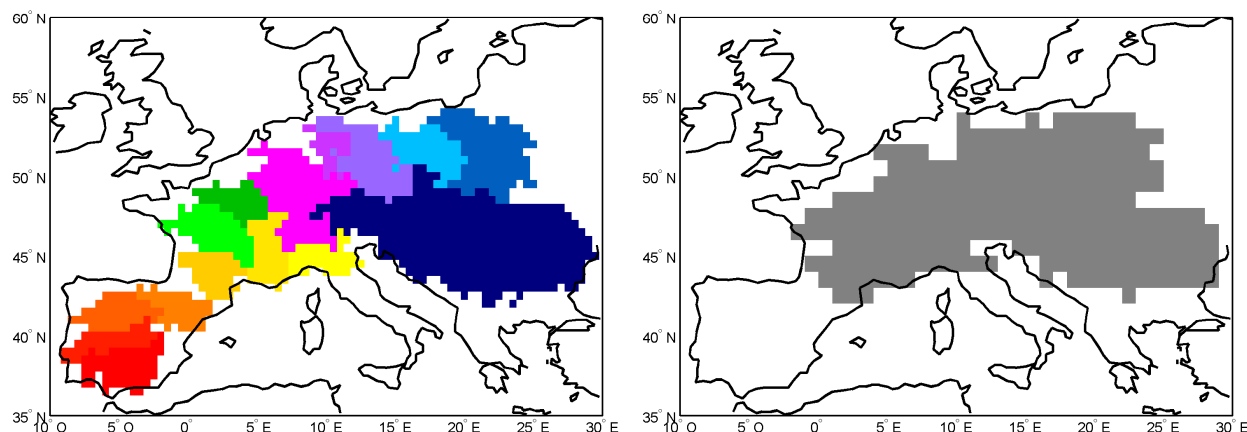


FIG. 2.1 – A gauche: masques de 16 bassins fluviaux en Europe (résolution: 0.5°). En rouge: bassins de l'Ebre, du Duero, du Tage, du Guadiana et du Guadalquivir; en jaune: bassins de la Garonne, du Rhône et du Pô; en vert: bassins de la Loire et de la Seine; en rose-violet: bassins du Rhin, de la Weser et de l'Elbe; en bleu clair: bassins de l'Oder et de la Vistule; en bleu foncé: bassin du Danube. A droite: masque définissant le domaine d'intégration des variations du contenu en eau estimées à partir des solutions GRACE (résolution: 1°).

solutions GRACE n'est plus pertinent puisque ceux-ci ont été ôtés lors du filtrage des solutions GRACE.

2.2.2 Traitement des données

Nous avons utilisé les solutions contraintes du GRGS converties en hauteur d'eau équivalente selon l'équation (1.12). La période d'étude est de presque 5 ans, allant d'août 2002 à juin 2007. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, ces solutions ont une résolution maximale de 400 km et l'erreur correspondante sur les estimations de hauteur d'eau est de 6 cm aux latitudes de l'Europe.

Les sorties des modèles hydrologiques GLDAS (modèle de surface Noah) et de l'ECMWF (allant d'août 2002 à février 2007) ont été transformées en moyennes sur 10 jours puis filtrées temporellement avec une moyenne glissante pondérée sur 30 jours, identique à celle appliquée aux solutions du GRGS (voir chapitre précédent). Un filtrage passe-bas avec apodisation entre les degrés $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ a été appliqué afin d'obtenir une résolution spatiale comparable aux solutions du GRGS.

Nous considérons 16 principaux bassins hydrologiques européens dont les masques^a sont fournis à la résolution de 0.5° (figure 2.1, à gauche) et que nous avons rééchantillonnés au pas de 1° des solutions GRACE et des modèles.

Afin d'augmenter le rapport signal-sur-bruit et par souci de cohérence entre la taille des bassins étudiés et la résolution des solutions GRACE (la taille des bassins devant être au moins égale à la résolution des champs), les estimations de hauteur d'eau sont intégrées spatialement sur les groupes de bassins suivants dont la superficie est donnée entre parenthèses:

1. l'Ebre, le Duero, le Tage, le Guadiana et le Guadalquivir (404 000 km²),
2. la Garonne, le Rhône et le Pô (263 000 km²),
3. la Loire et la Seine (200 000 km²),
4. le Rhin, la Weser et l'Elbe (379 000 km²),
5. l'Oder et la Vistule (335 000 km²),
6. le Danube (789 000 km²).

a. disponibles sur internet: <http://hydro.iis.u-tokyo.ac.jp/~taikan/TRIPDATA/TRIPDATA.html>

Les hauteurs d'eau moyennes sur différents groupes de bassins peuvent être comparées entre elles.

Enfin, nous calculons les variations de la hauteur d'eau moyenne sur l'ensemble des bassins — exceptés les bassins espagnols — (figure 2.1, à droite). La zone sélectionnée, d'une surface de 1.97 million de km², coïncide avec la zone étudiée par Andersen *et al.* (2005).

2.2.3 Résultats

Le déficit en eau lié à la sécheresse de l'été 2003 est visible sur tous les groupes de bassins sauf sur le groupe 5 (Oder + Vistule), situé au Nord-Est, pour lequel les modèles prédisent un déficit nettement plus fort que celui observé par GRACE (figure 2.2). Pour les autres groupes de bassins, la sécheresse se caractérise par son amplitude et par sa durée.

La sécheresse de 2003 ne constitue l'évènement sec le plus extrême sur la période considérée que pour le bassin du Danube et pour le groupe de bassins numéro 2. Pour les groupes 1 et 4, le niveau de l'été 2003 est à nouveau atteint en automne 2006, caractérisé par un record de température en Europe. Ce dernier évènement est néanmoins de plus courte durée. En Espagne, des évènements extrêmes de courte durée sont observés à la fin 2004 et au printemps 2005; ils pourraient être interprétés comme du bruit s'ils n'étaient pas corrélés à des évènements secs — de plus faible amplitude, cependant — prédits par les modèles.

Le niveau maximal de la fin de l'hiver 2002-2003 est atteint à nouveau l'année suivante pour les groupes 1, 2 et 3 et après deux années pour le bassin du Danube. Le déficit d'eau dû à la sécheresse de l'été 2003 a donc été résorbé plutôt rapidement. A l'inverse, pour le groupe 4, le niveau maximal de l'hiver 2002-2003 n'est toujours pas atteint après 4 années. Cette observation est par ailleurs cohérente avec les prédictions du modèle GLDAS. Le bilan hydrologique ne serait donc toujours pas clos après 4 années dans cette région de l'Europe.

On constate généralement une bonne corrélation entre les solutions du GRGS et les estimations des modèles hydrologiques sur toute la période considérée. L'accord entre les amplitudes est meilleur avec le modèle GLDAS qu'avec le modèle de l'ECMWF, ce dernier donnant des amplitudes plus faibles, notamment à la fin de l'hiver 2002-2003. On constate un très bon accord entre GRACE et les modèles quant à l'amplitude et la durée de la sécheresse de l'été 2003 pour les groupes de bassins 1, 2 et 6. Pour les groupes 3, 4 et 5, le déficit hydrique observé par GRACE est inférieur aux prédictions des modèles. L'accord entre GRACE et les modèles est le meilleur sur le bassin du Danube, représentant le plus grand domaine d'intégration des variations de hauteur d'eau de notre étude. Ceci peut s'expliquer par le fait que le bruit non cohérent spatialement est ainsi éliminé et que le signal hydrologique est particulièrement cohérent sur ce bassin.

L'intégration des variations sur l'ensemble des bassins d'Europe centrale et de l'Ouest (Espagne exclue) montre que la sécheresse de l'été 2003 reste globalement l'évènement sec le plus extrême entre août 2002 et juin 2007 (figure 2.3, à gauche). Le déficit de l'été 2003 par rapport à l'été 2002 est de 5 cm, soit exactement la différence de hauteur d'eau observée entre les hivers 2002-2003 et 2003-2004. Notre estimation est inférieure celle d'Andersen *et al.* (2005), égale à 7.8 cm. La différence peut être due aux solutions GRACE employées et à leurs résolutions spatiales ainsi qu'au fait que nous n'avons pas limité les effets de fuite/contamination du signal. Par exemple, les points situés près des côtes ont pour effet de minimiser les estimations et devraient être pondérés différemment des points situés plus au centre des bassins. De plus, Andersen *et al.* (2005) utilisent les solutions d'avril/mai 2002 qui sont de moindre qualité que les suivantes, ce qui peut biaiser leur calcul de la tendance.

Le niveau de la fin de l'hiver 2002-2003 est le plus haut niveau atteint sur les 4.5 ans d'observation. Cependant, la différence d'amplitude entre les maxima observés pendant les hivers 2002-2003 et 2005-2006 n'est que de 1.5 cm, soit dans le niveau d'incertitude des solutions GRACE. On peut donc raisonnablement supposer qu'il a fallu 3 ans pour obtenir la fermeture du bilan hydrologique, en prenant comme référence le niveau de l'hiver 2002-2003.

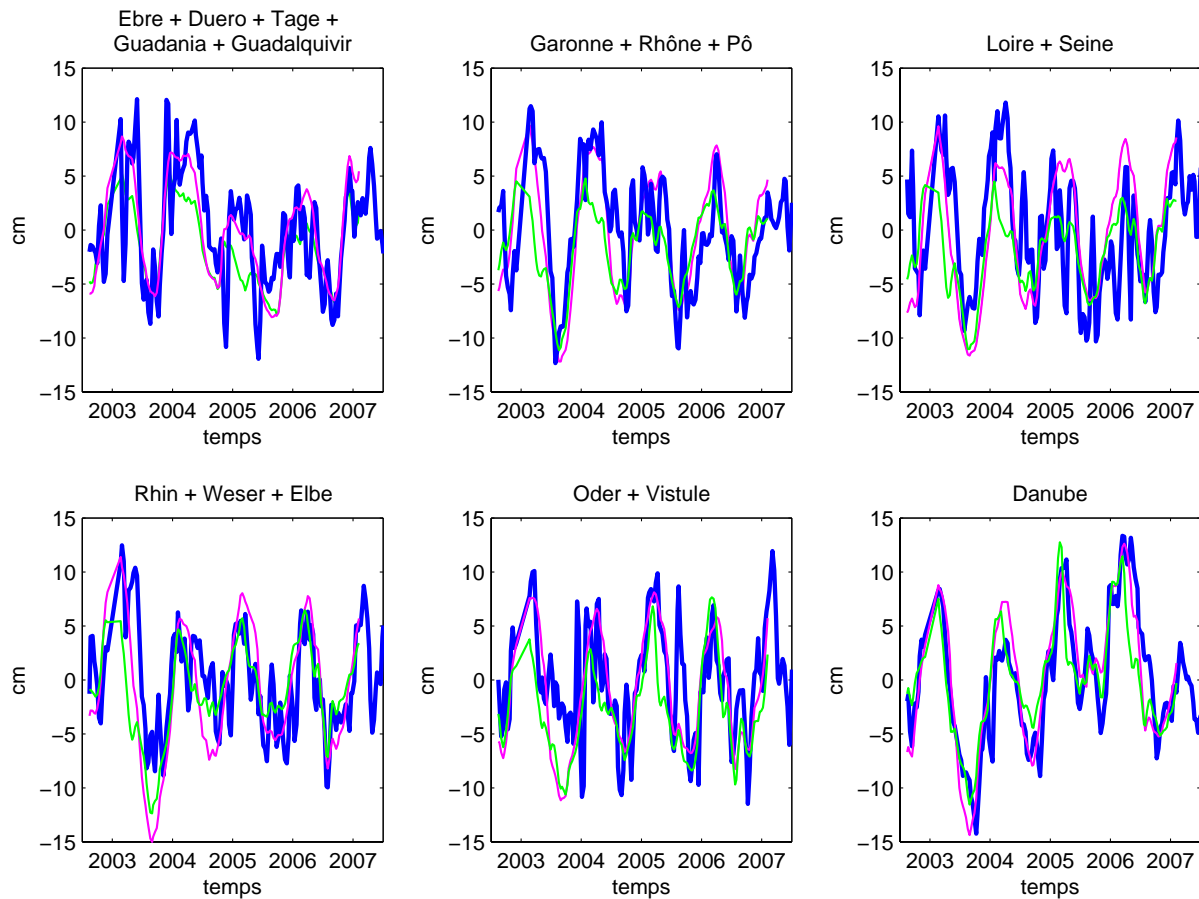


FIG. 2.2 – Variations temporelles du contenu en eau dans le sous-sol (exprimées en hauteur d'eau équivalente) intégrées sur les groupes de bassins représentés figure 2.1 (à gauche). En bleu: résidus GRACE (solutions du GRGS); en magenta: estimations du modèle GLDAS; en vert: estimations du modèle de l'ECMWF.

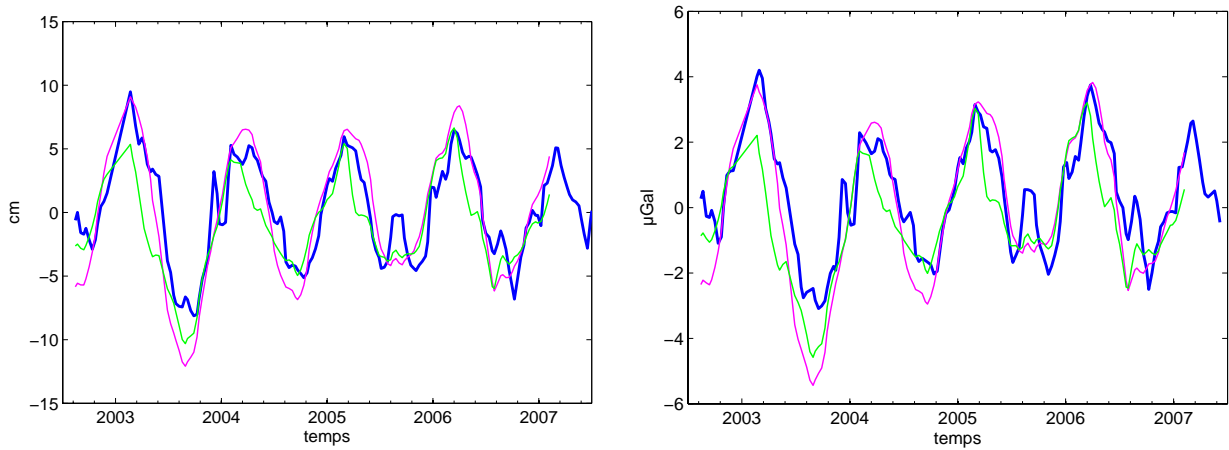


FIG. 2.3 – Variations temporelles du contenu en eau dans le sous-sol (à gauche) et de la gravité «satellite» (à droite) moyennées sur l'ensemble des bassins hydrologiques représenté figure 2.1 (à droite). En bleu: observations GRACE (solutions du GRGS); en magenta: estimations du modèle GLDAS; en vert: estimations du modèle de l'ECMWF.

Les modèles hydrologiques confirment cette hypothèse. D'après le modèle GLDAS, le bilan hydrologique est clos en hiver 2005-2006. Le modèle de l'ECMWF prédit une fermeture du bilan dès l'hiver 2004-2005, et même un niveau atteint en hiver 2005-2006 supérieur à celui de l'hiver 2002-2003. Les observations et les modèles filtrés sont très bien corrélés avec un coefficient de corrélation supérieur avec le modèle GLDAS (0.91) à celui trouvé avec le modèle de l'ECMWF (0.81). L'accord entre les amplitudes est bon, sauf pendant la première année marquée par l'exceptionnelle sécheresse: les modèles donnent un déficit par rapport à l'été précédent supérieur (d'environ 3 cm) à celui observé par GRACE.

La figure 2.3 (à droite) montre les variations de gravité estimées par GRACE (déduites des coefficients de Stokes selon l'équation 2.3) liées aux variations de contenu en eau du sol représentées à gauche (déduites des coefficients de Stokes selon équation 1.12). On constate que les variations de gravité sont pratiquement proportionnelles aux variations du contenu en eau ce qui confirme le fait que l'effet de plateau (égal à $0.042 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ d'eau) est dominant dans la gravité «satellite» comme l'a montré l'étude des fonctions de transfert (section 1.4.1).

2.3 Problèmes liés à la comparaison entre données de gravité spatiales et terrestres

La première comparaison entre données de gravité spatiales et terrestres a été effectuée avec les solutions du champ de gravité issues de la mission CHAMP par Neumeyer *et al.* (2004b). Puis ont suivi des études d'Andersen *et al.* (2005); Neumeyer *et al.* (2006); Hinderer *et al.* (2006) analysant les solutions de la mission GRACE. Ces différents auteurs effectuent des comparaisons ponctuelles entre les deux types de données, à différentes stations du réseau GGP, malgré la différence de résolutions spatiale et temporelle.

Nous allons examiner dans la section suivante les problèmes liés à la comparaison entre données spatiales et terrestres en général.

2.3.1 Résolutions spatiales et temporelles - Sensibilité aux effets locaux

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, la résolution spatiale des solutions du champ de gravité variable issues de GRACE est limitée à quelques centaines de kilomètres, en particulier à cause de l'altitude des satellites. Les solutions contraintes à 10 jours du GRGS ont une résolution de 400 km; les solutions libres (p. ex. du CSR) ont une résolution dépendant du filtrage qui leur a été appliqué. Nous avons vu que nous pouvions raisonnablement aller jusqu'à 500 km de résolution avec les solutions mensuelles du CSR après un filtrage passe-bas avec apodisation entre les degrés 20 et 40. Cependant, le rapport signal-sur-bruit reste supérieur à celui trouvé avec les solutions du GRGS. Les erreurs sont de l'ordre de 2 (resp. 3) μGal en moyenne sur la Terre pour les solutions du GRGS (resp. du CSR après apodisation). En Europe, l'erreur estimée par le GRGS pour leurs solutions est de 2.3 μGal (cf figure 1.7). Ces valeurs sont obtenues en appliquant l'admittance de $0.042 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ aux valeurs des erreurs exprimées en hauteur d'eau équivalente, ce qui introduit une légère erreur sur les bas degrés.

Andersen *et al.* (2005); Hinderer *et al.* (2006); Neumeyer *et al.* (2006) utilisent les solutions du CSR tronquées au plus à $n=20$, soit avec une résolution d'au moins 1000 km: ils supposent donc que les variations du contenu en eau en Europe centrale sont cohérentes sur une telle distance. Plus le filtrage ôte de hauts degrés, plus l'amplitude des résidus GRACE diminue et se rapproche de l'ordre de grandeur des résidus de gravité «sol» (Hinderer *et al.*, 2006): ceci ne peut cependant pas constituer un argument en faveur d'un accord entre les deux types de données qui sont loin d'avoir la même cohérence spatiale.

L'échantillonnage temporel des résidus de gravité «sol», issus des mesures gravimétriques terrestres, est très supérieur à celui des solutions GRACE: classiquement, 1 h pour les résidus issus de la décimation des mesures 1 min des gravimètres supraconducteurs (tableau 2.1). Les résidus de gravité «sol» étant obtenus à partir de mesures ponctuelles, ils sont sensibles à toutes les échelles spatiales, de l'échelle locale à l'échelle globale.

	Gravimètre supraconducteur	GRACE (solutions GRGS)
Résolution spatiale	mesures ponctuelles	400 km
Résolution temporelle	1 h	10 jours avec contrainte de continuité sur 30 j
Erreur (μGal)	0.01-0.1 (mesure) + 1 (corrections)	2 (moyenne globale) 2.3 (Europe)

TAB. 2.1 – Comparaison des résolutions spatiale et temporelle des résidus de gravité estimés à partir des mesures terrestres (par des gravimètres supraconducteurs) ou spatiales (GRACE).

Nous avons déjà vu à la section 1.2.2 et dans la conclusion de la 1^{ère} partie ainsi qu'à la section 1.4.1 de la 2^{ème} partie, que la gravité «sol» dépend fortement de la position des masses d'eau locales par rapport au point de calcul (ou de mesure) de la gravité *via* le terme d'attraction newtonienne (cf figure 1.8). Ainsi, la présence d'une couche de sol de quelques mètres au-dessus d'un gravimètre ou une topographie locale très marquée peut modifier le signe de la variation de gravité par rapport au cas où l'on considère que toutes les masses d'eau se trouvent au-dessous du gravimètre (Longuevergne, 2008).

Les effets locaux sont parfois éliminés en calculant une simple admittance entre les variations de la hauteur de la nappe locale mesurées par un piézomètre: ce faisant, on n'arrive cependant pas à séparer les échelles locales et globales si celles-ci sont corrélées temporellement (p. ex. pour les variations annuelles). Une modélisation physique utilisant une topographie précise de la station et des mesures *in situ* d'humidité du sol est la solution la plus acceptable, même si la position exacte des masses en profondeur et la porosité ne sont pas toujours connues, obligeant à «plaquer» les masses sur la surface.

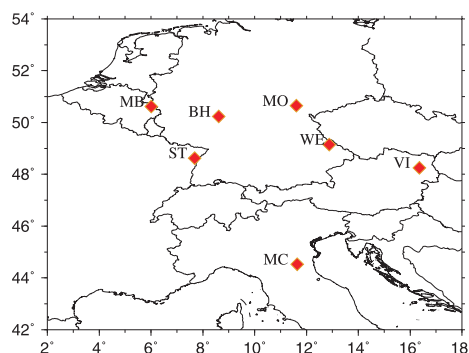


FIG. 2.4 – Localisation de 7 stations gravimétriques du réseau GGP (Global Geodynamics Project) en Europe centrale en fonctionnement depuis le début de la mission GRACE: Bad Homburg (BH), Medicina (MC), Membach (MB), Moxa (MO), Strasbourg (ST), Vienne (VI) et Wetzell (WE).

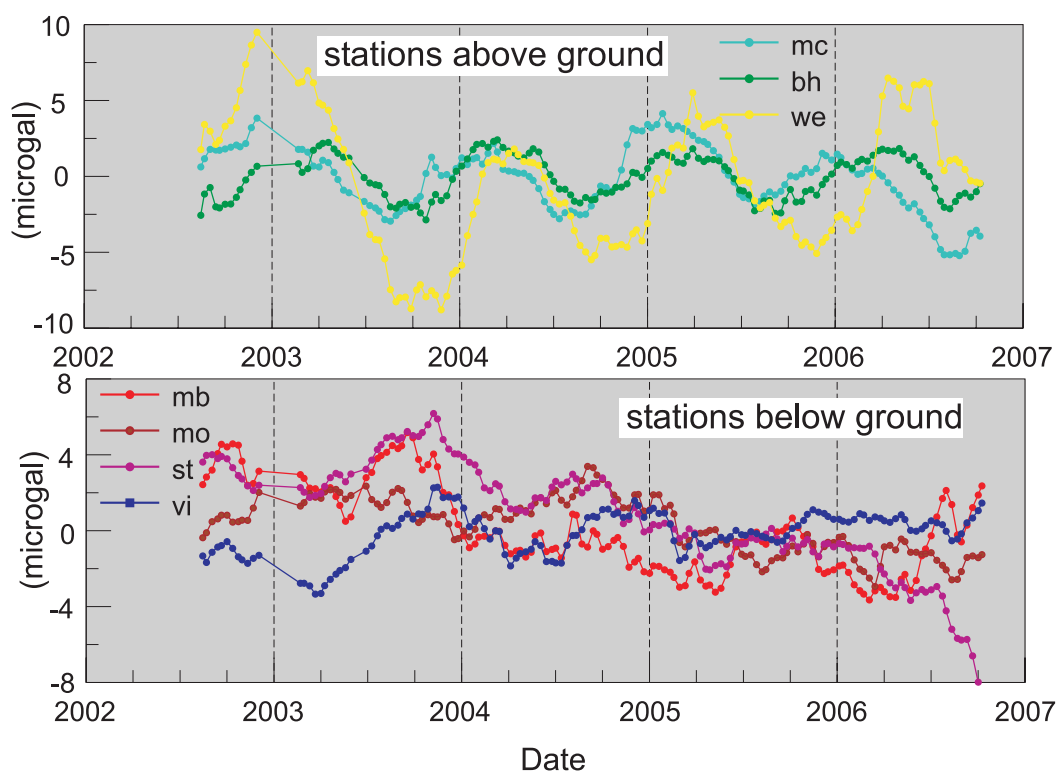


FIG. 2.5 – Résidus 10 jours de gravité issus des mesures par les gravimètres supraconducteurs aux 7 stations du réseau GGP de la figure 2.4, regroupés en fonction de la situation des stations (enterrée ou non). Source: D. Crossley.

La figure 2.5 montre l'effet sur les résidus de gravité aux stations du réseau GGP (figure 2.4) de la présence d'une couche de sol au-dessus de la station ou d'une topographie locale très marquée: la variation annuelle aux stations enterrées de Membach, Moxa, Strasbourg et Vienne est déphasée de 180° par rapport à celle observée aux stations de Bad Homburg, Medicina et Wettzell correspondant au cas normal où les masses d'eau sont globalement situées au-dessous du gravimètre.

Contrairement aux gravimètres du réseau GGP, les satellites GRACE sont situés clairement au-dessus des masses d'eau: il n'y a donc pas d'équivoque possible quant au terme d'attraction newtonienne. De plus, l'effet de la topographie ne joue pas à l'altitude des satellites et l'hypothèse de la charge plaquée est donc tout à fait appropriée.

2.3.2 Effet du déplacement vertical

Supposons que les masses d'eau se trouvent localement au-dessous du point de mesure de la gravité «sol». La différence entre les fonctions de transfert de gravité «sol» et de gravité «satellite» (représentées figure 2.6) est alors donnée par: équation (1.12)(1^{ère} partie) + équation (1.16)(1^{ère} partie) - équation (1.9)(2^{ème} partie), ce qui donne:

$$g_n - \dot{V}_n = \frac{3g_0}{a\bar{\rho}} \frac{-2h'_n}{2n+1} = -\frac{2g_0}{a} u_n, \quad (2.1)$$

en utilisant l'équation (1.5) de la 1^{ère} partie qui donne l'expression de u_n en fonction de σ_n . La différence entre ces deux observables est donc due à l'effet à l'air libre du déplacement vertical de la surface dans la gravité «sol». Elle est représentée dans le domaine spectral par les carrés de la figure 2.6. Dans le domaine spatial, on a donc:

$$g(\theta, \lambda) - \dot{V}(\theta, \lambda) = -\frac{2g_0}{a} u(\theta, \lambda). \quad (2.2)$$

Comme le montre la figure 2.6, la différence entre les fonctions de transfert est positive pour tous les degrés: les variations de gravité sont plus fortes dans la gravité «sol» que dans la gravité «satellite», à condition que ces deux observables aient la même résolution spatiale. Elle est maximale aux bas degrés, donc pour les grandes longueurs d'onde de la charge.

Ces deux observables sont liés physiquement au centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides}. Dans le repère ayant pour origine ce point physique, le coefficient de degré 1 de la gravité «satellite» est nul (car le nombre de Love k'_1 est égal à -1 dans l'équation 1.9) alors que celui de la gravité «sol» ne l'est pas: $g_1 = -2g_0 h'_1{}^{\text{CM}}/(a\rho)$, avec le nombre de Love h'_1 égal à -1.28890 (cf paragraphe «Comment on the degree-one terms», section 2.2.1 de la 1^{ère} partie). La différence entre les deux fonctions de transfert est donc maximale au degré 1.

Nous précisons que la gravité «satellite» est calculée par inversion des données GRACE, soit à partir des coefficients de Stokes, par dérivation de l'équation (1.2) en $r = a$:

$$\dot{V}(\theta, \lambda) = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n+1) \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)], \quad (2.3)$$

et $g(\theta, \lambda)$ correspond aux résidus de gravité «sol» issus des mesures des gravimètres.

En un point de coordonnées (θ, λ) , à l'instant t , l'importance relative de l'effet du déplacement vertical dans la variation de gravité «sol» (soit le terme de l'équation 2.3) est inversement proportionnel, au gradient à l'air libre près, au rapport entre la variation de gravité «sol» et le déplacement vertical:

$$\frac{g^{E,u}(\theta, \lambda, t)}{g(\theta, \lambda, t)} = -\frac{2g_0}{a} \frac{u(\theta, \lambda, t)}{g(\theta, \lambda, t)}. \quad (2.4)$$

Dans la section 2.3.3 de la 1^{ère} partie, nous avons calculé le rapport entre la variation de gravité «sol» et le déplacement vertical pour la surcharge hydrologique en Europe à partir des sorties du

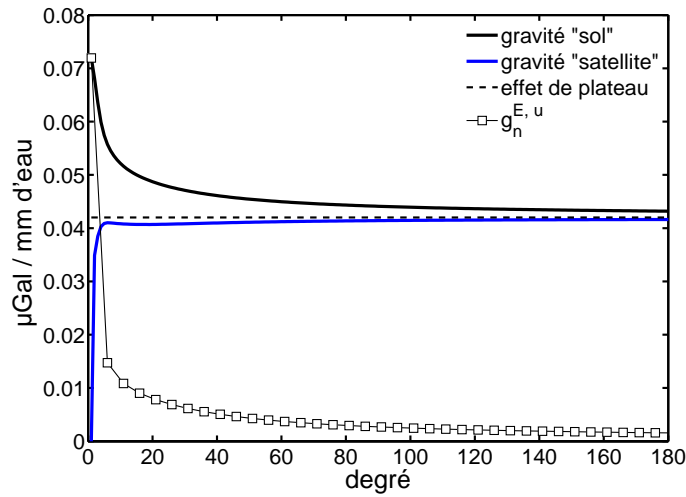


FIG. 2.6 – Comparaison des fonctions de transfert de la gravité «sol» (cas où les masses locales sont au-dessous du point de calcul de la gravité) et de la gravité «satellite». La différence entre ces observables (effet à l'air libre du déplacement vertical) est donnée par la courbe avec les carrés.

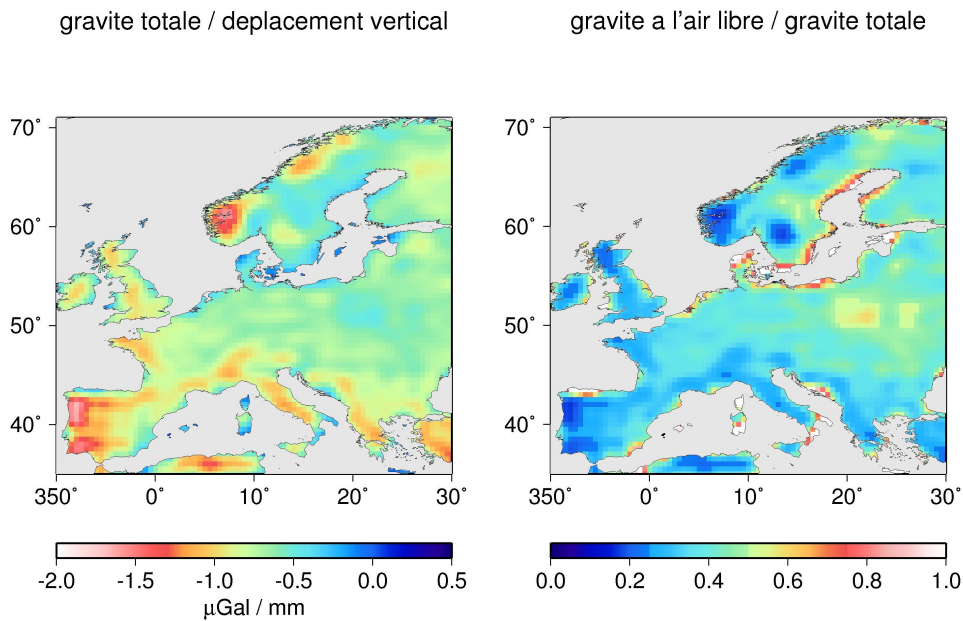


FIG. 2.7 – Rapports g/u (à gauche, zoom de la figure 2.10 de la 1^{ère} partie) et $g^{E,u}/g$ (à droite) calculés par régression linéaire à partir des prédictions mensuelles d'humidité du sol et de neige du modèle LaD sur la période janvier 2000 - avril 2004.

modèle LaD (figure 2.7, à gauche). Le rapport moyen trouvé en Europe est de $-0.74 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ lorsque l'on prend en compte à la fois l'humidité du sol et la neige. On peut alors en déduire un ordre de grandeur du rapport moyen $g^{E,u}/g$: $-0.3086/(-0.74) = 0.42$. L'effet du déplacement vertical représenterait approximativement 42% du signal gravimétrique à la résolution du modèle ($1^\circ \times 1^\circ$). Cependant, le rapport g/u étant issu d'une régression linéaire par moindres carrés sur la période janvier 2000 – avril 2004, son inverse $(g/u)^{-1}$ n'est pas en toute rigueur égal au résultat de la régression entre $g^{E,u}$ et g , au gradient à l'air libre près. Le résultat de la régression linéaire entre $g^{E,u}$ et g est représenté figure 2.7, à droite. Le rapport $g^{E,u}/g$ moyen sur la zone est égal à 0.41, ce qui montre la robustesse de la moyenne spatiale calculée de deux façons différentes. La dispersion par rapport à cette valeur est importante (0.28).

L'effet du déplacement vertical dans la gravité totale mesurée au sol est donc particulièrement important: cela est en fait dû à l'effet de la neige qui apporte beaucoup d'énergie au degré 1, faisant par conséquent diminuer la valeur absolue du rapport g/u . Or l'épaisseur de la neige est généralement surévaluée par le modèle LaD, comme nous l'avons vu lors de la comparaison avec d'autres modèles hydrologiques et avec les observations de GRACE (section 1.4.3). La moyenne du rapport g/u obtenue lorsque l'on ne considère pas la contribution de la neige dans le modèle LaD est égale à $-1.08 \mu\text{Gal mm}^{-1}$ et la moyenne du rapport $g^{E,u}/g$ obtenu par régression linéaire est égale à 0.28. La dispersion par rapport à cette valeur n'est plus que de 0.17. La contribution de l'effet du déplacement vertical est donc beaucoup plus faible que dans le cas où on tient compte de la neige.

Ne connaissant pas précisément le terme de degré 1 de la charge hydrologique, on considèrera que l'effet du déplacement vertical dans la gravité mesurée au sol est compris grossièrement entre 30 et 40% en Europe.

Utilisation des résidus de déplacement vertical issus des mesures GPS en co-localisation avec les mesures de gravité

Les séries de déplacement vertical déduites des observations GPS en différentes stations présentent généralement une variation saisonnière, d'amplitude comprise entre 4 et 10 mm (Dong *et al.*, 2002). Celle-ci est nettement supérieure à l'erreur formelle, égale au plus à 1 mm. Cependant, il est nécessaire de séparer les différentes sources apportant de l'énergie à cette fréquence, notamment l'atmosphère et l'hydrologie: un traitement adapté incluant des modèles de surcharge *a priori* dans l'inversion permet de séparer les contributions (Dong *et al.*, 2002). En Amazonie, la variation saisonnière observée dans le déplacement vertical est essentiellement due à l'hydrologie et dépasse 1 cm (Davis *et al.*, 2004). En Europe centrale, l'amplitude saisonnière de la charge hydrologique est nettement moins forte; les bassins ont cependant des cycles saisonniers en phase les uns avec les autres: les sols contiennent un maximum d'eau à la fin de l'hiver (cf figures 1.16 et 1.17). Une variation saisonnière du déplacement vertical de quelques millimètres est prédite par les modèles hydrologiques de l'ECMWF et GLDAS aux stations de Medicina et Wettzell (figure 2.8, courbes bleue et rouge).

van Dam *et al.* (2007) ont estimé la variation saisonnière des résidus de déplacement vertical corrigés des effets des marées, de l'atmosphère et de l'océan à haute fréquence: le champ de déformation vertical résultant manque de cohérence, tant au niveau de l'amplitude que de la phase (figure 2.9a). Les auteurs invoquent des problèmes d'aliasing de signaux périodiques de marées mal corrigés, de mouvement saisonnier des antennes GPS et de système de référence: ces problèmes prennent d'autant plus d'importance que le signal recherché est ténu.

Les déplacements verticaux estimés^b à partir des données GPS aux stations de Medicina et de Wettzell sont très bruités (figure 2.8). Un signal saisonnier est cependant bien visible, en phase avec les modèles et en opposition de phase avec les résidus de gravité obtenus à partir des gravimètres

b. solutions SOPAC disponibles sur internet: <http://sopac.ucsd.edu/cgi-bin/refinedTimeSeriesListing.cgi>

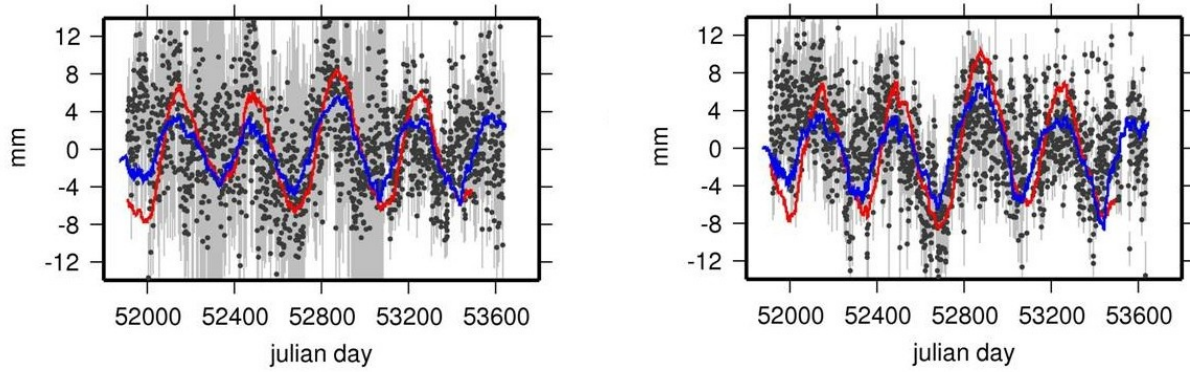


FIG. 2.8 – Estimations journalières SOPAC du déplacement vertical issues des mesures GPS aux stations de Medicina et de Wettzell (en noir) et prédictions de la surcharge à partir des modèles de l'ECMWF (bleu) et GLDAS (rouge). D'après Boy et al. (2005).

supraconducteurs. Ces derniers ont un rapport signal-sur-bruit très supérieur: ils permettent de résoudre un large spectre de fréquences, des variations intramensuelles aux variations interannuelles, à la différence des résidus issus du GPS.

L'utilisation des données GPS pour la correction de l'effet à l'air libre aurait donc pour conséquence de rajouter du bruit aux résidus de gravité.

Estimation du déplacement vertical à partir des données GRACE

Une autre solution est d'estimer la variation de gravité «sol» à partir des solutions GRACE, ou autrement dit d'estimer la contribution du déplacement vertical pour l'ajouter à la variation de gravité «satellite» selon l'équation (2.2).

La distribution de charge estimée à partir des coefficients de Stokes (équation 1.12) induit une surcharge dans le déplacement vertical (équation 1.5 de la 1^{ère} partie). On en déduit l'expression du déplacement vertical u^{GRACE} en fonction des coefficients de Stokes:

$$u^{\text{GRACE}}(\theta, \lambda) = a \sum_{n=2}^{n_{\max}} \frac{h'_n}{1 + k'_n} \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)] . \quad (2.5)$$

Plus précisément, il s'agit du déplacement vertical au degré 1 près. Les positions des satellites étant définies par rapport au centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides}, le degré 1 du potentiel gravitationnel estimé à partir des données GRACE est nul. On ne peut donc estimer ni le degré 1 de la charge, ni celui du déplacement vertical. La position de l'origine du repère dans lequel est exprimé u^{GRACE} reste indéterminée par rapport celle du centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides}. La comparaison des déplacements verticaux issus des données GRACE avec ceux issus des observations GPS (dépendant d'un système de référence dont l'origine est fixée) ne peut donc se faire qu'au degré 1 près, c'est-à-dire à une translation du repère près. Si les positions GPS sont déterminées dans un repère ayant pour origine le centre de masse du système {Terre solide + enveloppes fluides}, alors la différence entre les degrés 1 des deux champs de déformation verticale permet de déterminer la position du centre de masse, en tenant compte de la déformation due au terme de degré 1 de la charge (Davis *et al.*, 2004). Selon cette méthode, un très bon accord est trouvé en Amazonie entre les déplacements verticaux issus de GRACE (corrigés du degré 1) et ceux issus des mesures GPS, avec des amplitudes saisonnières atteignant 13 mm.

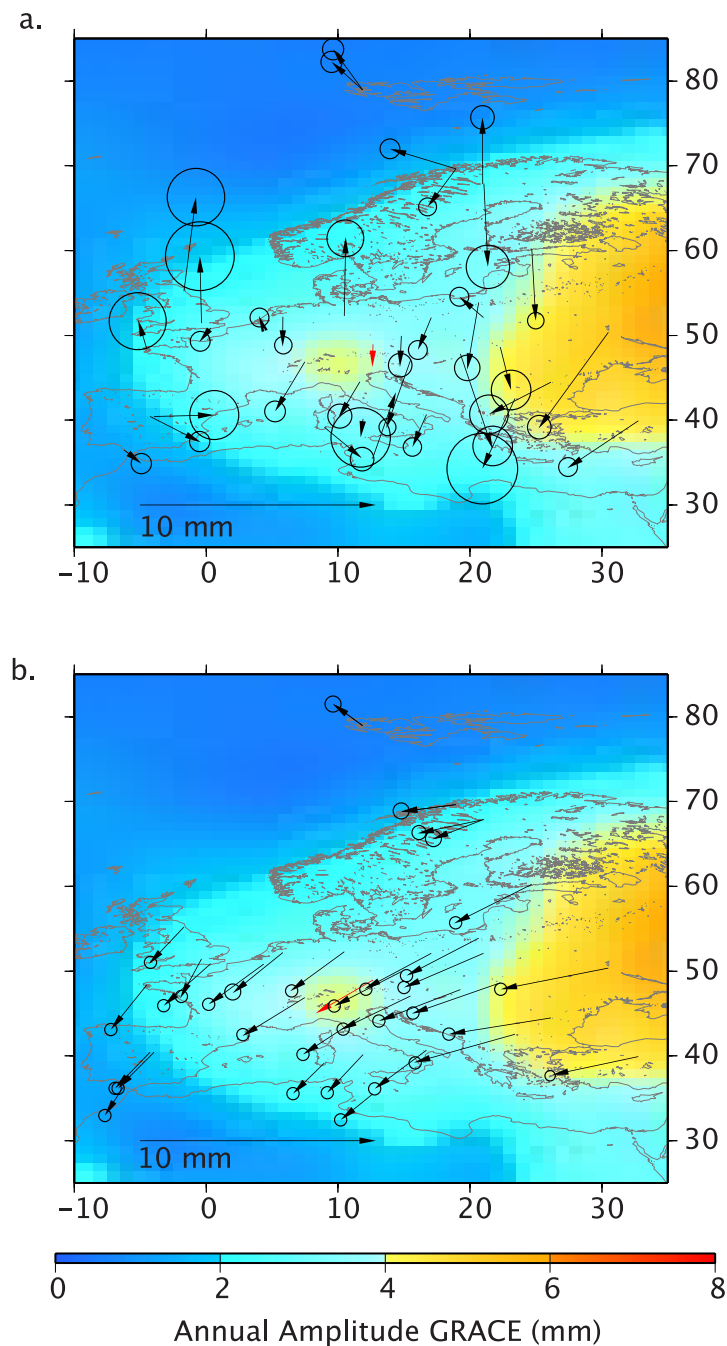


FIG. 2.9 – Déplacement vertical annuel estimé en plusieurs stations GPS en Europe: l'amplitude et la phase sont représentées respectivement par la norme et la direction des flèches (comptée dans le sens des aiguilles d'une montre depuis l'Est). (a) Estimation à partir des données GPS. (b) Estimation à partir des solutions GRACE après filtrage gaussien de 500 km de rayon. En arrière-plan en (a) et (b): amplitude de la variation annuelle estimée à partir des solutions GRACE filtrées. D'après van Dam et al. (2007).

van Dam *et al.* (2007) trouvent un accord satisfaisant entre les variations annuelles du déplacement vertical issu de GRACE et de celui prédit par le modèle hydrologique LaD. De plus, le champ de déplacement vertical issu de GRACE (figure 2.9b) est beaucoup plus cohérent spatialement que celui issu des observations GPS, affecté par des problèmes de traitement.

L'expression de la gravité «sol» inversée à partir des données GRACE, g^{GRACE} , se déduit des équations (2.3) et (2.5):

$$\begin{aligned} g^{\text{GRACE}}(\theta, \lambda) &= \dot{V}(\theta, \lambda) - \frac{2g_0}{a} u^{\text{GRACE}}(\theta, \lambda) \\ &= \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{n_{\text{max}}} \left(n+1 - \frac{2h'_n}{1+k'_n} \right) \sum_{m=0}^n [\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)] . \end{aligned} \quad (2.6)$$

Neumeyer *et al.* (2006) ne tiennent pas compte du terme faisant intervenir le nombre de Love de surcharge k'_n : ils négligent ainsi l'effet élastique de redistribution des masses à grande échelle dans le champ de gravité. g^{GRACE} diffère de la gravité mesurée par les gravimètres par l'absence du degré 1 et par sa moins bonne résolution spatiale, qui est celle des solutions GRACE.

Nous avons vu que, pour le déplacement vertical, 98% de l'énergie est contenu aux degrés inférieurs à $n = 30$ (section 1.4.1). La moyenne du rapport des fonctions de transfert g_n/\dot{V}_n sur les degrés 2 à 30 (le rapport étant infini pour $n = 1$) est égale à 1.28. Elle donne une valeur approximative (i.e. environ 30%) de l'erreur que l'on commet en négligeant l'effet du déplacement vertical de la surface *via* les nombres de Love de surcharge h'_n et k'_n du modèle de Terre.

Nous calculons d'après l'équation (2.6) les variations de gravité «sol», pour les solutions du GRGS, intégrées sur l'ensemble des bassins d'Europe de la figure 2.1 (à droite). Celles-ci sont très corrélées avec les variations de la gravité «satellite» (figure 2.10). Une régression linéaire entre les deux quantités entre août 2002 et juin 2007 donne une admittance de 1.37, supérieure à la valeur moyenne spectrale: ceci s'explique par la présence d'énergie aux très bas degrés ($n \sim 5$) dans le spectre de la charge hydrologique (cf section 2.3.2 de la 1^{ère} partie).

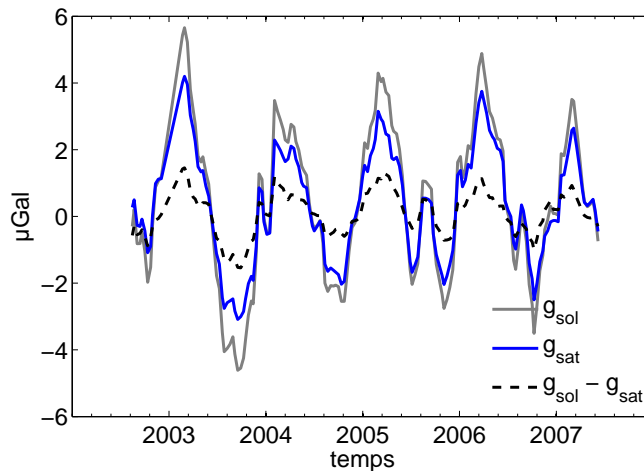


FIG. 2.10 – Comparaison des variations moyennes de gravité «sol» (en gris) et «satellite» (en bleu) estimées à partir des solutions GRACE du GRGS. Le domaine d'intégration est l'ensemble des bassins européens représenté figure 2.1 (à droite). La différence entre les deux quantités est donnée par la courbe tiretée noire.

2.4 Décomposition en EOF des différents résidus de gravité

Même corrigées de l'effet du déplacement vertical de la surface, les estimations des variations de gravité issues de GRACE ne sauraient être comparables aux résidus issus des observations par les gravimètres au sol du fait de la différence de résolution spatiale entre ces deux jeux de données. Nous avons vu qu'il est difficile de corriger précisément les mesures terrestres des effets locaux.

Le réseau de gravimètres supraconducteurs installé en Europe dans le cadre du «Global Geodynamics Project» enregistre en continu les variations de gravité, pour certains d'entre eux depuis plus de dix ans. Depuis le début de la mission GRACE, 7 stations fonctionnent en Europe centrale (figure 2.4). La distance maximale entre les stations est d'environ 1000 km (entre Vienne, en Autriche, et Membach, en Belgique). Medicina, en Italie, est la station la plus éloignée des autres stations, situées entre les latitudes 48°N et 51°N.

Ce réseau peut donc être mis à profit pour valider les données spatiales GRACE par des données au sol. Bien que ne disposant que de 7 stations, on peut envisager de déterminer un signal temporel commun à l'ensemble de la zone échantillonnée par ces stations, qui caractériserait les variations de gravité à l'échelle continentale.

La décomposition en composantes principales (EOF) est un outil fréquemment utilisé en climatologie (Ghil *et al.*, 2002). Elle permet de déterminer les modes principaux de variations spatio-temporelles dans des réseaux d'observations climatologiques. En particulier, elle peut servir à détecter les stations d'un réseau dont les données ne sont pas cohérentes avec celles des autres stations.

Cette méthode a été utilisée par Crossley *et al.* (2004) sur les résidus de gravité des stations européennes du réseau GGP ainsi que sur le champ de gravité prédit par un modèle d'hydrologie globale. Crossley *et al.* (2006) ont appliqué en outre cette décomposition aux champs de gravité GRACE du CSR sur la période avril/mai 2002 - octobre 2005.

Nous présentons ici les résultats de la décomposition en EOF sur la période avril/mai 2002 - décembre 2007 de différents résidus GRACE (solutions du GRGS, du CSR et du GFZ) et des résidus de gravité des 7 stations du réseau GGP (figure 2.4).

2.4.1 Principe

La méthode est décrite par Crossley *et al.* (2004) (voir aussi Ghil *et al.*, 2002). Il s'agit de décomposer un ensemble d'observations d'un champ variable $h(\theta, \lambda, t)$ à différentes stations en un certain nombre de modes de variations spatio-temporelles, constitués chacun d'une fonction temporelle $f_i(t)$ et d'une fonction spatiale $g_i(\theta, \lambda)$. La valeur du mode en un point et un instant donnés est donnée par: $f_i(t)g_i(\theta, \lambda)$. Chaque mode a donc un comportement stationnaire: sa structure spatiale est constante dans le temps. Autrement dit, le temps et l'espace sont décorrélés.

La méthode consiste à décomposer en valeurs singulières un système matriciel formé par les observations. Chaque valeur propre correspond à un mode i et est associée à une composante principale $f_i(t)$ et à un vecteur propre $g_i(\theta, \lambda)$.

Les composantes principales sont classées par ordre décroissant de la réduction de variance qu'elles produisent lorsqu'elles sont retranchées au signal de départ. Seules les premières composantes principales sont significatives (Crossley *et al.*, 2004).

Cette décomposition permet de trouver des signaux temporels communs au signe et à un facteur d'amplitude près, ce qui est très intéressant dans notre cas, où le signe des variations de gravité dépend de la position des masses d'eau locales par rapport à la station.

2.4.2 Données et traitement

Une description complète de la chaîne de traitement est donnée par Crossley *et al.* (2004). Les résidus de gravité sont obtenus après correction du mouvement du pôle, des marées, et de l'effet de

la pression atmosphérique locale. Ils sont ensuite décimés à un pas d'échantillonnage de 10 jours ou 30 jours. Puis les résidus sont interpolés pour obtenir une surface ayant une courbure minimale. On considère une zone suffisamment grande pour éliminer les effets de bord. La zone est comprise entre 2°E et 18°E et 42°N et 54°N et échantillonnée à un pas de 0.25°. Aucune correction des effets de l'hydrologie et de la topographie locales n'est effectuée.

Les variations de la dérivée verticale du champ de gravité (ou gravité «satellite») sont estimées selon l'équation (2.3) à partir des coefficients de Stokes des solutions 10 jours du GRGS (sur la période août 2002 - décembre 2006) ou des solutions mensuelles du CSR ou du GFZ (sur la période avril/mai 2002 - décembre 2006). Ces deux dernières solutions sont préalablement filtrées avec un filtre gaussien ou un filtre passe-bas avec une fenêtre d'apodisation en cosinus. L'effet du déplacement vertical n'est donc pas estimé à partir des données GRACE pour être ensuite ajouté à la gravité «satellite». Il faudra donc en tenir compte dans l'interprétation des résultats.

Afin d'évaluer l'impact des stations fortement influencées par les effets de la topographie locale sur la forme et l'amplitude des composantes principales, un test a été effectué consistant à ôter la station de Moxa, station enterrée où les masses d'eau situées au-dessus du gravimètre donnent un signal local déphasé par rapport au signal régional.

2.4.3 Résultats

Nous comparerons uniquement les 1^{ères} composantes principales des décompositions en EOF des différents résidus de gravité.

Résidus GGP (figure 2.11)

Les résidus ont été échantillonnés à 30 jours.

Avec la station de Moxa

La 1^{ère} composante principale explique 41% de la variance. Elle est caractérisée par un fort signal annuel, avec un maximum en hiver et un minimum en été: ceci correspond au cas «normal» où les masses d'eau sont situées au-dessous du gravimètre. Des variations interannuelles sont en outre présentes: l'été 2003 correspond au plus bas niveau de toute la période et le niveau de la fin de l'hiver 2002-2003 n'est atteint à nouveau qu'après 2 années, en 2005. La station ayant les plus fortes variations est Wettzell, pour laquelle le vecteur propre est maximal. Ceci est confirmé par la figure 2.5. Les effets locaux à cette station sont donc en phase avec les effets régionaux représentés par la 1^{ère} composante principale. Les variations aux stations de Medicina et de Bad Homburg sont en phase avec la 1^{ère} composante principale (la valeur du vecteur propre y est positive), mais sont plus faibles qu'à Wettzell. Les autres stations (Strasbourg, Membach, Moxa et Vienne) se caractérisent par des valeurs négatives du vecteur propre, mettant en évidence un effet de la topographie locale donnant des variations de gravité en opposition de phase avec des variations «normales», caractérisées par des maxima lors des recharges en eau et des minima lors des épisodes de sécheresse.

Sans la station de Moxa

Logiquement, les valeurs prises par le vecteur propre ne sont plus contraintes dans la région de Moxa et deviennent positives du fait de la proximité de la station de Wettzell; mais elles restent identiques aux autres stations. Le vecteur propre dépend donc fortement du choix des stations. Cependant, l'allure de la 1^{ère} composante principale reste identique. L'amplitude des variations est toutefois supérieure (d'au plus 0.5 μGal), sauf pour l'été 2002 et les hivers 2003-2004 et 2004-2005. L'amplitude du déficit entre l'hiver 2002-2003 et l'été 2003 est augmentée de 1 μGal , soit l'équivalent de 2 cm d'eau.

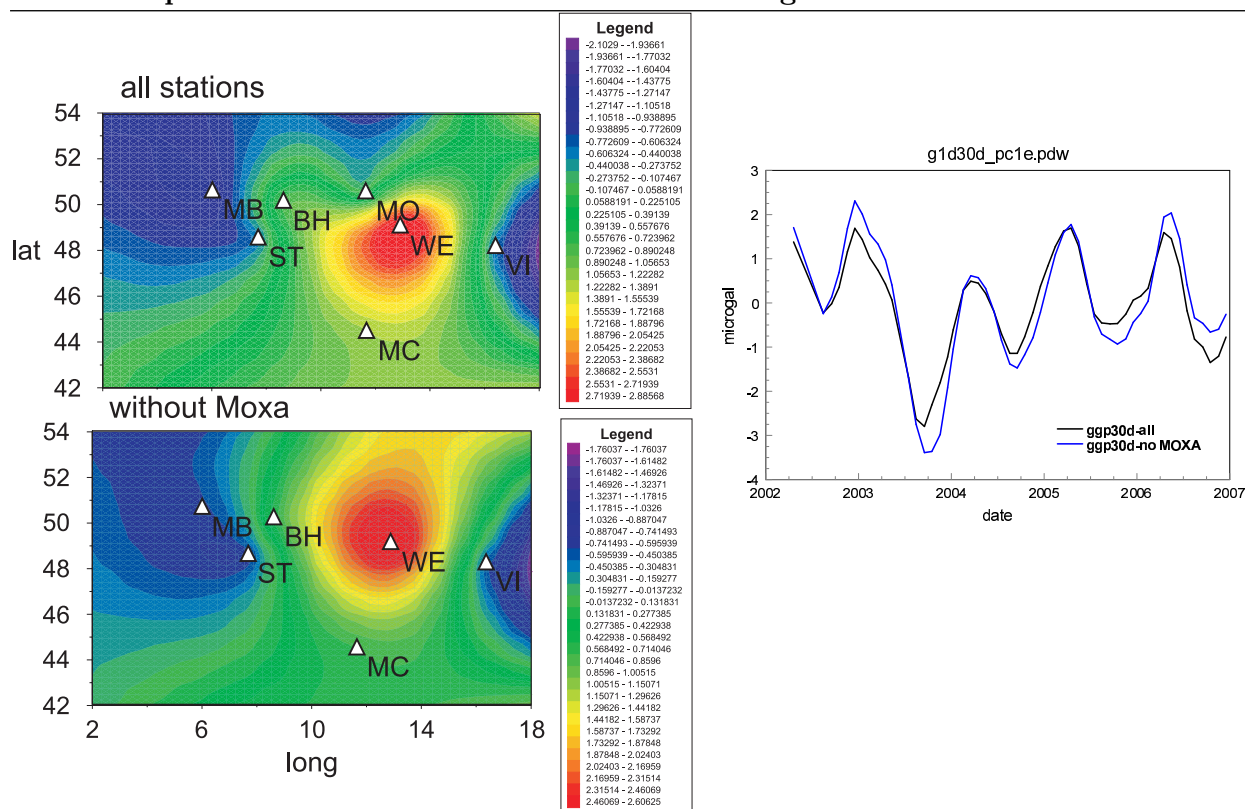


FIG. 2.11 – Vecteur propre (à gauche) associé à la 1^{ère} composante principale (à droite) de la décomposition en EOF des résidus mensuels de gravité issus des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP et interpolés sur la région considérée, en prenant en compte (vecteur propre: en haut à gauche, et composante principale: courbe noire) ou en excluant (vecteur propre: en bas à gauche, et composante principale: courbe bleue) la station de Moxa.

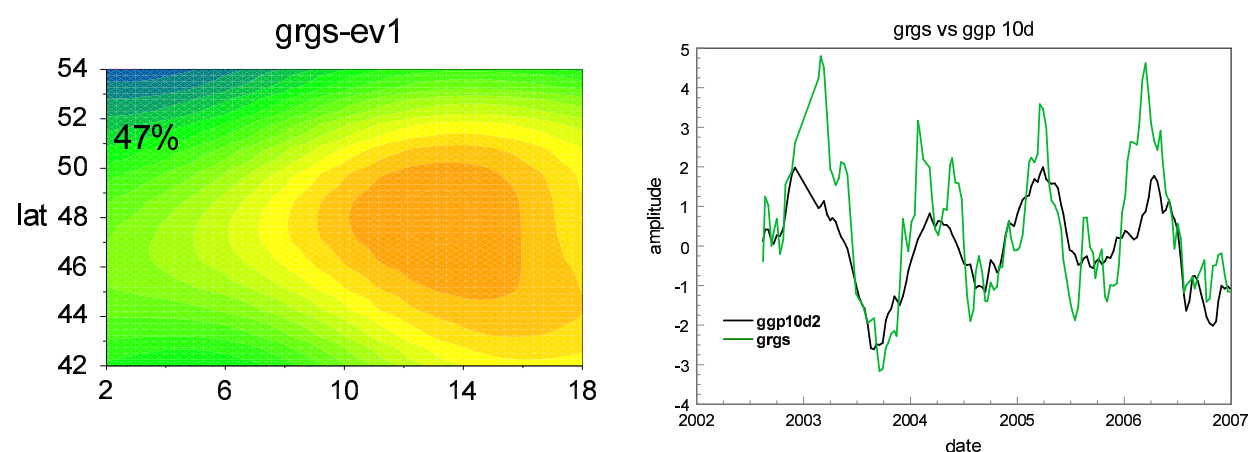


FIG. 2.12 – Vecteur propre (à gauche) associé à la 1^{ère} composante principale (à droite, en μGal) de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE (solutions du GRGS).

Résidus GRACE du GRGS (figure 2.12)

La 1^{ère} composante principale explique 47% de la variance, ce qui indique un comportement assez complexe des solutions du GRGS malgré leur basse résolution. Contrairement au cas précédent, le vecteur propre présente peu de variabilité spatiale à cause de la basse résolution des résidus GRACE et l'absence d'effets locaux, dus à la topographie, par exemple. De plus, les valeurs du vecteur propres sont logiquement partout positives (excepté aux bords de la zone) puisque les masses d'eau sont toujours situées au-dessous des satellites.

La 1^{ère} composante principale contient un large spectre de variations, allant des variations intra-mensuelles aux variations interannuelles. Les premières comme les secondes sont généralement bien corrélées aux variations correspondantes de la 1^{ère} composante principale des résidus GGP échantillonnés à 10 jours. En hiver, les amplitudes sont plus fortes avec les résidus GRACE qu'avec les résidus GGP. A la différence des résidus GGP, le niveau de l'hiver 2002-2003 n'est atteint à nouveau qu'après 3 années, en 2006, comme nous l'avons déjà constaté en calculant les variations moyennes sur l'ensemble des bassins du centre de l'Europe (section 2.2.3). On constate en outre un épisode de sécheresse à l'automne 2006, commun aux deux types de résidus.

Résidus GRACE du CSR (figures 2.13 et 2.14)

Les résultats suivants sont généralement valables à la fois pour les résidus du CSR et pour les résidus du GFZ. Si ce n'est pas le cas, on le mentionnera au moment approprié.

Après filtrage passe-bas avec apodisation en cosinus

Deux couples de paramètres sont testés pour n_1 et n_2 (cf section 1.4.2): (20, 40) et (30, 50). Le filtrage avec apodisation entre $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ laisse du bruit qui se traduit dans le vecteur propre de la 1^{ère} composante principale par deux bandes méridiennes de signes opposés et par une composante principale très bruitée où le signal annuel est à peine visible. Le filtrage avec apodisation entre $n_1 = 20$ et $n_2 = 40$ permet une augmentation nette du rapport signal-sur-bruit et la disparition des bandes méridiennes dans le vecteur propre pour les résidus du CSR. Avec les résidus du GFZ, des valeurs négatives sont encore obtenues dans la moitié Est de la zone, indiquant la persistance de l'effet des bandes méridiennes après ce filtrage. La composante principale contient encore du bruit mais les variations annuelles et interannuelles sont bien visibles. Il y a un bon accord avec les variations de la composante principale du résidu sauf en automne 2005 (niveau plus bas avec les résidus GRACE). Un niveau particulièrement bas est observé lors de l'automne 2006.

Après filtrage gaussien

Deux valeurs sont testées pour le rayon du filtre: 350 et 500 km. La 1^{ère} composante principale donne une réduction de variance particulièrement importante (70-75%) après un filtrage gaussien de 500 km, indiquant la réduction drastique de signal et de bruit. Une décomposition en composantes principales sur un champ filtré de la sorte n'a donc qu'un intérêt réduit. La réduction de variance obtenue avec le 1^{er} mode est de 40% après un filtrage gaussien de rayon 350 km.

Après un filtrage gaussien de 350 km (et *a fortiori* de 500 km), les bandes méridiennes ne sont plus visibles dans le vecteur propre, globalement positif sur la zone, comme après le filtrage passe-bas avec apodisation entre $n_1 = 20$ et $n_2 = 40$. La 1^{ère} composante principale est assez peu bruitée, avec des variations d'amplitude plus réduites avec un filtre de rayon 500 km. A nouveau, un niveau particulièrement bas est observé en automne 2006.

2.4.4 Discussion

On peut s'interroger sur l'intérêt d'une décomposition en EOF pour les résidus GRACE du GRGS qui ont une résolution spatiale assez faible comparée à la taille de la zone d'étude: en effet,

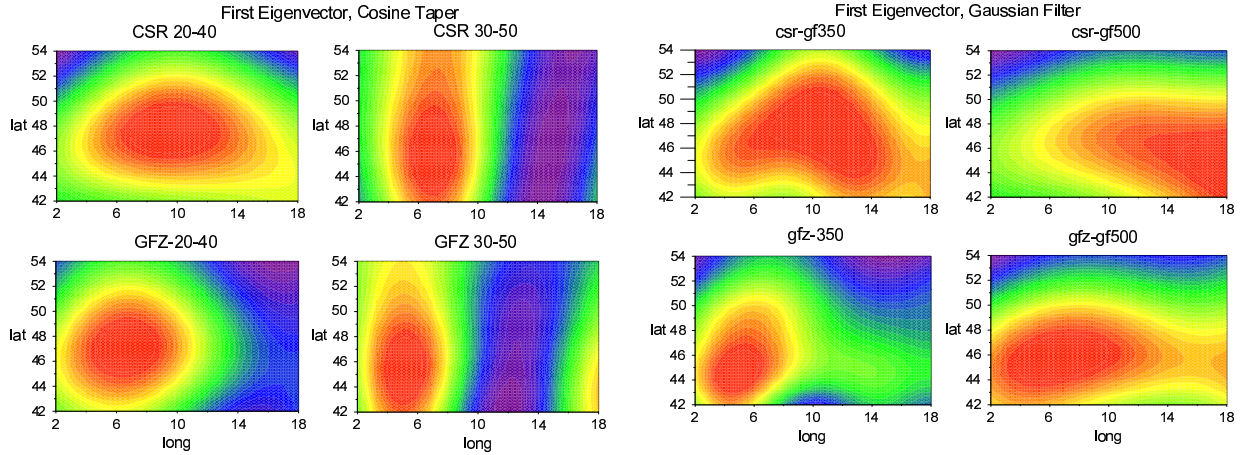


FIG. 2.13 – Vecteur propre associé à la 1^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE: solutions du CSR (en haut) et du GFZ (en bas), après un filtrage passe-bas avec apodisation entre $n_1=20$ et $n_2=40$, ou $n_1=30$ et $n_2=50$ (à gauche), ou après un filtrage gaussien de rayon 350 ou 500 km (à droite).

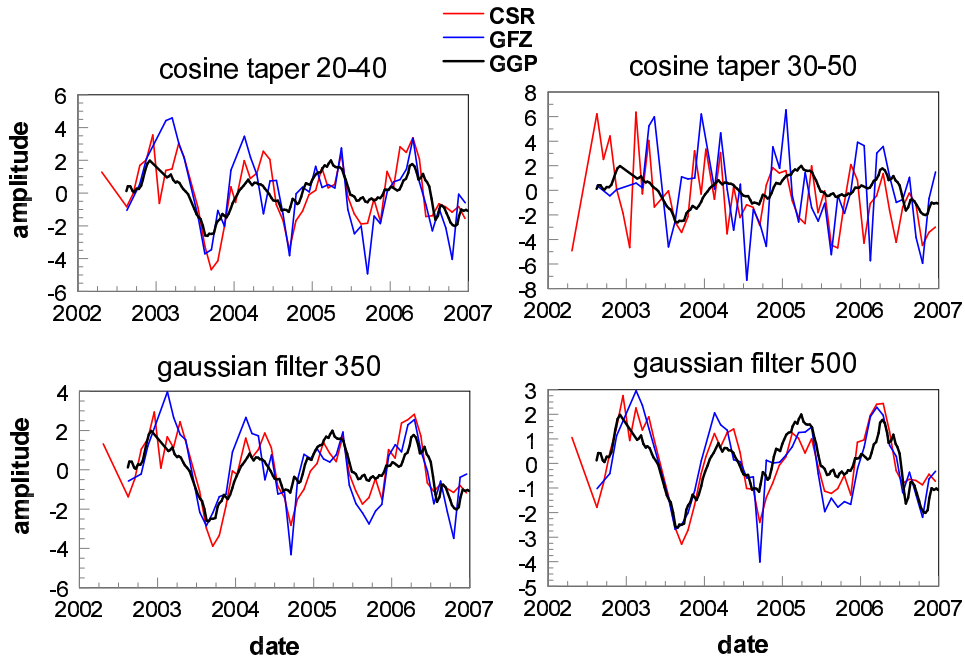


FIG. 2.14 – 1^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus de gravité GRACE, associée au vecteur propre de la figure 2.13: solutions du CSR (courbe rouge) et solutions du GFZ (courbe bleue), après un filtrage passe-bas avec apodisation entre $n_1=20$ et $n_2=40$, ou $n_1=30$ et $n_2=50$ (en haut), ou après un filtrage gaussien de rayon 350 ou 500 km (en bas). La 1^{ère} composante principale de la décomposition en EOF des résidus 10 jours de gravité issus des mesures par les gravimètres du réseau GGP est superposée (courbe noire).

plus la résolution des résidus est faible, moins la décomposition en EOF aura d'intérêt. Comme le montre la figure 2.15, la 1^{ère} composante principale des résidus du GRGS (courbe rouge) est beaucoup moins bruitée que les variations de la gravité estimées au point situé au centre de la zone (courbe verte). Elle est de plus quasiment identique aux variations de la gravité moyenne sur la zone d'étude: la 1^{ère} composante principale donne donc les variations temporelles de la gravité moyenne sur une zone donnée.

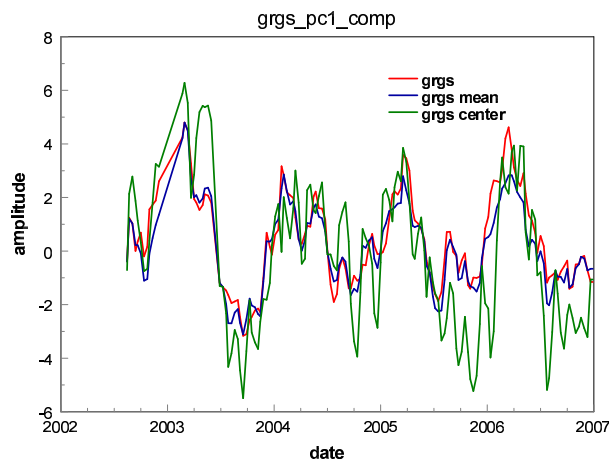


FIG. 2.15 – Comparaison entre la 1^{ère} composante principale des résidus de gravité GRACE du GRGS (en rouge), les variations de la moyenne spatiale des résidus de gravité sur la zone d'étude (en bleu) et les variations du résidus de gravité au point situé au centre de la zone (en vert). Amplitudes en μGal .

L'introduction de l'effet du déplacement vertical aux résidus GRACE aurait pour effet d'augmenter leur amplitude de 30 à 40% tout en conservant leur phase (cf section 2.3.2 et figure 2.10). L'amplitude de la 1^{ère} composante principale serait donc augmentée d'autant, ce qui augmenterait encore la différence d'amplitude avec la 1^{ère} composante principale des résidus GGP. Cependant, la corrélation entre les 1^{ères} composantes des deux types de résidus devrait être conservée.

Concernant les résidus de gravité des stations GGP, la 1^{ère} composante principale semble donner le comportement «moyen» des résidus mesurés aux différentes stations: malgré une majorité (4 sur 7) de stations caractérisées par des variations en opposition de phase (vecteur propre négatif) avec les variations de la 1^{ère} composante principale, les stations de Wettzell, Medicina et Bad Homburg rééquilibrent l'ensemble pour donner une 1^{ère} composante principale ayant un comportement «normal», caractérisé par une augmentation de la gravité en hiver et une diminution en été. Cependant, des stations isolées ont plus d'importance car elles contraignent de plus grandes régions du fait de l'interpolation. Comme nous l'avons vu avec le test de la station Moxa, l'amplitude de la 1^{ère} composante principale dépend du choix des stations. La station de Wettzell contrôlant fortement la décomposition en composantes principales, on peut s'interroger sur la 1^{ère} composante principale que l'on obtiendrait si cette station n'existait pas. Il est vraisemblable que l'on obtiendrait des amplitudes beaucoup plus faibles. L'amplitude des variations de la 1^{ère} composante principale n'a donc pas de caractère absolu et il serait hasardeux d'en extraire une information quantitative. La comparaison des allures temporelles des 1^{ères} composantes principales *via* le coefficient de corrélation nous semble plus robuste.

Enfin, on peut noter que la restriction de cette étude à la 1^{ère} composante principale est justifiée par le fait que les variations saisonnières et interannuelles des résidus des stations GGP sont, soit en phase, soit en opposition de phase, ce qui est traduit par le signe, positif, ou négatif, du 1^{er} vecteur propre.

2.5 Conclusion

L'étude des données de gravité spatiales (solutions contraintes du GRGS) sur une sélection des principaux bassins hydrologiques d'Europe montre que les estimations des variations annuelles et interannuelles du contenu en eau sont généralement bien corrélées aux estimations des modèles hydrologiques, aux mêmes résolutions spatiales et temporelles. Bien que le bruit soit important pour des groupes de bassins de petite superficie, des événements exceptionnels de part leur amplitude et leur durée, telle la sécheresse de l'été 2003, sont nettement décelables sur tous les bassins. Cet événement est observé sur tous les bassins, sauf sur les bassins de l'Oder et de la Vistule.

Après intégration sur une zone de 1.97 million de km², les variations du contenu en eau estimées à partir des solutions GRACE du GRGS sont bien corrélées aux modèles. Le meilleur accord est obtenu avec le modèle GLDAS. Néanmoins, le déficit entre les étés 2002 et 2003 estimé à partir des résidus GRACE du GRGS (5 cm) est inférieur au déficit estimé par les modèles (8 cm). En considérant les résidus GRACE et les prédictions du modèle GLDAS, on conclut dans les deux cas à une fermeture du bilan hydrologique 3 ans après la fin de l'hiver 2002-2003, en prenant ce niveau comme référence.

La comparaison entre les données spatiales (satellites GRACE) et terrestres (gravimètres supraconducteurs du réseau GGP) se heurte à deux limites principales: la différence de résolution spatiale entraînant des différences de sensibilité aux effets locaux, et la différence de sensibilité au déplacement vertical (sensibilité nulle pour les mesures spatiales, contrairement aux mesures terrestres). Le problème du déplacement vertical est difficilement résoluble par l'estimation du déplacement vertical à partir d'observations GPS co-localisées: les erreurs sur la position verticale sont trop fortes et le signal hydrologique, trop ténu en Europe (cf l'étude de van Dam *et al.*, 2007). L'estimation du déplacement vertical à partir des variations des coefficients de Stokes estimés par GRACE est une meilleure solution comme l'ont montré van Dam *et al.* (2007). Cependant, cette méthode ne permet de connaître le champ de déplacement vertical qu'au degré 1 près, soit à une translation du repère près.

Nous avons étudié l'apport de la décomposition en composantes principales (EOF) au problème de la différence de résolution spatiale entre les données spatiales et terrestres. L'intérêt d'une telle décomposition pour les données terrestres, mal réparties dans l'espace et affectées par des effets locaux, repose sur l'hypothèse de stationnarité de chaque mode de variations spatio-temporelles, permettant d'extraire les comportements cohérents, au signe et à l'amplitude près, entre les différentes stations du réseau GGP de la zone d'étude. La 1^{ère} composante principale issue des données terrestres est en effet bien corrélée avec celle obtenue à partir des données spatiales, pour différents centres de traitement (solutions du GRGS, du CSR ou du GFZ). Les variations annuelle et interannuelle sont bien restituées, notamment les déficits hydriques liés aux vagues exceptionnelles de chaleur de l'été 2003 et de l'automne 2006. La 1^{ère} composante principale issue des résidus de gravité aux stations GGP prédit une fermeture du bilan hydrologique après 2 ans, comme le modèle de l'ECMWF. La 1^{ère} composante principale issue des résidus GRACE donne une fermeture 1 an plus tard. Cependant, si l'allure temporelle (ou le contenu fréquentiel) d'une composante principale semble être indépendante du choix et de la répartition des stations, l'amplitude de ses variations y est sensible. Nous mettons donc en doute le caractère «absolu» des variations des composantes principales obtenues à partir de l'interpolation sur une zone de plus de 1000 km² des résidus d'un petit nombre de stations affectées par des effets de topographie locale.

Chapitre 3

Signature gravitationnelle du séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004

Le contenu de ce chapitre a été accepté pour publication dans le *Geophysical Journal International* sous le titre:

«Separation of coseismic and postseismic gravity changes for the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from 4.6 years of GRACE observations and modelling of the coseismic change by normal-modes summation».

Auteurs: C. de Linage, L. Rivera, J. Hinderer, J.-P. Boy, Y. Rogister, S. Lambotte et R. Biancale.

Cet article est consacré à l'étude de la signature gravitationnelle du séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004. De part les dimensions exceptionnelles de la zone de rupture, l'effet de ce séisme dans les solutions de champ de gravité variable issues de la mission GRACE a été mis en évidence par plusieurs auteurs (Han *et al.*, 2006; Ogawa et Heki, 2007; Panet *et al.*, 2007; Chen *et al.*, 2007). Cependant, ceux-ci ne séparent pas correctement les effets cosismique et postsismique (Han *et al.*, 2006; Chen *et al.*, 2007) ou utilisent une période très courte pour l'estimation de l'effet postsismique (Panet *et al.*, 2007; Ogawa et Heki, 2007). La modélisation de l'effet cosismique repose souvent sur d'importantes approximations comme l'utilisation d'un demi-espace homogène avec introduction *a posteriori* de discontinuités (Han *et al.*, 2006; Ogawa et Heki, 2007). Enfin, la réponse statique de l'océan due à la redistribution des masses d'eau est toujours négligée.

Dans cette étude, les effets cosismique et postsismique sont séparés lors de l'inversion d'une série temporelle de 4.6 ans, dont 26 mois d'observation postsismique. L'effet postsismique est ajusté par une relaxation exponentielle. Les variations périodiques saisonnières dues à l'hydrologie continentale et à la circulation océanique sont aussi estimées, ainsi que les erreurs d'aliasing de l'onde de marée S_2 .

Nous comparons les résultats obtenus à partir de solutions de différents centres de traitement et filtrées par différentes méthodes. Nous prenons comme référence les solutions contraintes du GRGS qui présentent un meilleur rapport signal-sur-bruit que les solutions filtrées du CSR.

Nous modélisons la signature gravitationnelle cosismique pour une Terre stratifiée à symétrie sphérique, élastique, isotrope et sans rotation par sommation des modes propres d'oscillation de la Terre. La réponse statique d'un océan global est estimée. L'accord entre la modélisation et l'observation est satisfaisant à des échelles de quelques centaines de kilomètres mais moins bon à plus grande échelle. Les prédictions des modèles globaux GLDAS, de l'ECMWF et ECCO montrent que cet écart n'est pas dû aux variations interannuelles de l'hydrologie et de la circulation océanique.

Abstract

This paper is devoted to the simultaneous determination of the coseismic and postseismic gravitational changes caused by the great December 26, 2004 Sumatra-Andaman earthquake from the time-variable global gravity fields recovered by the Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) mission. Furthermore, a complete modelling of the elasto-gravitational response of a self-gravitating, spherically layered, elastic earth model is carried out using a normal-modes summation for comparison with the observed coseismic gravitational change. Special attention is paid to the ocean mass redistribution. Special care is paid during the inversion of the data to avoid contamination of tectonic gravity changes by ocean tidal model errors, seasonal and inter-annual signals originating from continental hydrology and oceanic circulation as well as contamination of the coseismic gravity change by the postseismic relaxation. We use a 4.6-year-long time series of global gravity solutions including 26 months of postseismic data, provided by the Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale (GRGS). For comparison, the Release-04 solutions of the Center for Space Research (CSR) are also investigated after a spectral windowing or a Gaussian spatial smoothing. Results are shown both in terms of geoid height changes and gravity variations. Coseismic and postseismic gravitational changes estimated from the different gravity solutions are globally similar, although their spatial extent and amplitude depend on the type of filter used in the processing of GRACE fields. The highest signal-to-noise ratio is found with the GRGS solutions. The postseismic signature has a spectral content closer to the GRACE band-width than the coseismic signature and is therefore better detected by GRACE. The coseismic signature consists mainly of a strong gravity decrease east of the Sunda trench, in the Andaman Sea. A gravity increase is also detected at a smaller scale, west of the trench. The model for the coseismic gravity changes agrees well with the coseismic signature estimated from GRACE, regarding the overall shape and orientation, location with respect to the trench and order of magnitude. Coseismic gravity changes are followed by a postseismic relaxation that are well fitted by an increasing exponential function with a mean relaxation time of 0.7 yr. The total postseismic gravity change consists of a large-scale positive anomaly centred above the trench and extending over 15° of latitude along the subduction. After 26 months, the coseismic gravity decrease has been partly compensated by the postseismic relaxation, but a negative anomaly still remains south of Phuket. A dominant gravity increase extends over 15° of latitude west of the trench, being maximal south of the epicenter area. By investigating analyses of two global hydrology models and one ocean general circulation model, we show that our GRACE estimates of the coseismic and postseismic gravitational changes are almost not biased by interannual variations originating from continental hydrology and ocean circulation in the subduction area and in the central part of the Andaman Sea.

3.1 Introduction

The determination of the Earth's gravity field and its temporal variation has been greatly improved in terms of spatial resolution and measurement accuracy during the past decade by the CHAMP (Challenging Mini-satellite Payload) satellite launched in 2000 and by the ongoing GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) mission launched in 2002 (Tapley et al., 2004). Since the CHAMP mission, gravity models can be built from a single satellite mission and have gained in accuracy, due to more precise measurement techniques (GPS-to-satellite tracking and/or satellite-to-satellite tracking) and lower satellite altitudes. For example, the accuracy of the GRACE-derived model EIGEN-GRACE02S is 1 cm at a half-wavelength resolution of 275 km and less than 1 mm at 1000 km (Reigber et al., 2005). Moreover, the GRACE mission allows one to build time-variable gravity models at monthly intervals. The theoretical resolution ranges from 400 to 40 000 km (Tapley et al., 2004), but water mass variations can reliably be estimated only up to a half-wavelength resolution of about 750 km with an accuracy smaller than 5 cm (Schmidt et al.,

2006; Wahr et al., 2006) of equivalent water height, equivalent to less than 1 mm of geoid height.

Therefore, variations from various geophysical sources can be detected. Since the aim of GRACE is to provide the seasonal-to-interannual evolution of hydrosphere, cryosphere and ocean circulation, the contributions from well-known geophysical sources are removed by using geophysical models: solid Earth, ocean and pole tides, non-tidal high-frequency atmospheric variations and the subsequent response of an ocean model to the atmospheric surface pressure variations and winds (Bettadpur, 2007; Flechtner, 2007).

In addition, as already demonstrated by Mikhailov et al. (2004) and Sun and Okubo (2004a), earthquakes with magnitude larger than 7.5 can be detected by GRACE as their signature can be two orders of magnitude larger than the GRACE errors. However, the GRACE limited spatial resolution prevents the restitution of the full signature of such events (Sun and Okubo, 2004b). The December 26, 2004 Sumatra-Andaman earthquake is one of the biggest earthquakes ever recorded and the biggest one that occurred during the GRACE mission. Estimates of its magnitude range between 9.1 (Ammon et al., 2005) and 9.3 (Stein and Okal, 2005). The area of the rupture surface is about 1200 km \times 200 km, spreading from north-west of Sumatra to the Andaman Islands (Ammon et al., 2005).

Several studies of the gravity signature of the Sumatra-Andaman earthquake in the GRACE observations have already been published; they are listed in Table 3.1. Particular care is needed to separate the earthquake signature from the hydrological signals that are not negligible near continental areas, particularly in the monsoon zone (Tapley et al., 2004; Wahr et al., 2004; Frappart et al., 2006). The annual hydrological variations can be removed by computing the difference between the solutions obtained before and after the earthquake, the time interval between the solutions being an integer number of years (Han et al., 2006; Panet et al., 2007; Chen et al., 2007). The signal-to-noise ratio is enhanced by stacking the differences over one month (Panet et al., 2007), 6 months (Han et al., 2006), or 21 months (Chen et al., 2007). However, because of the stacking method, the postseismic signal contaminates the estimate of the coseismic signal. Postseismic effects are expected to be large for such a big earthquake. Their timescale ranges from days to years. For example, the timescales of afterslip and poroelastic rebound range from days to months and viscoelastic relaxation lasts for years (Freymueller et al., 2000). Since interannual hydrological variations are not removed by a stacking method, they can be removed from the GRACE observations by using a global hydrological model (Panet et al., 2007). However, the difference in the spatial resolution between GRACE and the model leaves an annual residual signal. Ogawa and Heki (2007) simultaneously estimate both effects by fitting to the geoid height time series the annual and semi-annual signals, a coseismic jump and a postseismic relaxation. They find a strong dominant negative gravity anomaly in the Andaman Sea followed by a slow postseismic rebound estimated over 22 months after the earthquake. Global gravity solutions are used by Panet et al. (2007), Ogawa and Heki (2007) and Chen et al. (2007) whereas solutions from a regional inversion are used by Han et al. (2006). Panet et al. (2007) perform a continuous wavelet analysis of the geoid time series which allows them to separate large and small spatial scales. They find a short-term postseismic effect located in the Andaman Sea and a large-scale effect still ongoing 9 months after the earthquake. More recently, Han and Simons (2008) have used a spatio-spectral localization technique to extract the coseismic jump from the harmonic coefficients. This enhances the spatial resolution of the harmonic solutions to a level comparable to that of the regional inversion (about 500 km). However, they did not address any postseismic effects.

Some authors (Han et al., 2006; Ogawa and Heki, 2007) model the coseismic effect by computing the gravity effect of a rectangular finite fault buried in an elastic homogeneous half space. Density discontinuities are introduced in the model in a second step. The effect of surface deformation alone does not explain the gravity observations. Dilatation in the crust has also a significant effect. Other authors (Panet et al., 2007) consider a self-gravitating, spherically layered, elastic earth model. They find a strong negative gravity anomaly in the Andaman Sea. However, the computation of

Han et al. (2006)		Panet et al. (2007)	Ogawa et al. (2007)	Chen et al. (2007)	Present work	
Regional inversion		Global inversion (Stokes coefficients = Level-2 products)				
Processing center	OSU	GRGS	CSR-RL01	CSR-RL04	GRGS	CSR-RL04
Filtering	none	spectral constraint towards the static field over $\ell = 30-50$ + wavelet analysis	350-km Gaussian smoothing	decorrelation filtering + 300-km Gaussian smoothing	spectral constraint towards the static field over $\ell = 30-50$	spectral windowing with a cosine taper over $\ell = 30-50$
Quantity shown	gravity	geoid	geoid	equivalent water height	geoid & gravity	
Data length	2.3 yrs 02/2003-06/2005	3.1 yrs 08/2002-09/2005	4.6 yrs 04/2002-10/2006	3.8 yrs 01/2003-09/2006	4.6 yrs 08/2002-02/2007	4.6 yrs 08/2002-02/2007
Coseismic estimation in GRACE	stacking of 1- and 2-year differences: (2005 - 2004) + (2005 - 2003)	stacking of 1-year differences: Jan 2005 - Jan 2004	least-squares fit to the time series	stacking of 2-year differences: (2005 + 2006) - (2003 + 2004)	least-squares fit to the time series	
Contamination by postseismic (length)	yes (6 months)	weak (1 month)	none	yes (21 months)	none	
Postseismic estimation in GRACE	none	time-variable wavelet analysis over 8 months	fit of an exponential relaxation over 22 months	only at two points	fit of an exponential relaxation over 26 months	
Coseismic modelling	dislocation in a homogeneous half-space	normal-modes summation in a SNREI earth model + 2D flat model of the lithosphere	dislocation in a homogeneous half-space	none	normal-modes summation in a SNREI earth model	
Ocean response	none	none	none	none	yes	

OSU: Ohio State University, Columbus, USA

GRGS: Groupement de Recherche en Géodésie Spatiale at Centre National d'Etudes Spatiales, Toulouse, France

CSR: Center for Space Research at University of Texas, Austin, USA

TAB. 3.1 – Comparison of the present work to previous studies.

the gravity effect is not explained in detail.

In this study, we estimate the earthquake signature from 4.6-year-long time series of GRACE global gravity field solutions from different processing centers (Toulouse Team of Space Geodesy versus Center for Space Research) and check the impact of filtering using different filters (spectral low-pass filter versus the classical gaussian filter). We show that it is very important to carefully separate the postseismic effect from the coseismic one to avoid a mixing of both effects as it is the case for example in Chen et al. (2007). This separation is possible thanks to a 26-month-long postseismic time series. Simultaneously to estimating the seismic signatures in the spatial domain, we estimate the seasonal gravity changes due to continental hydrology and oceanic circulation. The postseismic effect is thus estimated over two complete annual cycles after the earthquake which avoids the postseismic estimate being biased by annual hydrological variations. The aliasing errors of the S_2 tidal wave are also inverted from the GRACE fields. In addition, the impact of the interannual variations in continental hydrology and oceanic circulation on our estimates of the seismic signatures is investigated from analyses of global models. Finally, on the contrary to the previous studies of Han et al. (2006) and Ogawa and Heki (2007), we favour a global approach in the modelling of the coseismic effect by using a self-gravitating, stratified, spherically symmetric and elastic earth model and a detailed model of the seismic source. In particular, we compute the gravitational effect of the ocean mass static redistribution after the earthquake, which has not been dealt with in previous studies.

3.2 Estimation of earthquake signature in GRACE gravity solutions

3.2.1 Methodology

We use the global gravity solutions of the Toulouse Team of Space Geodesy (CNES/GRGS) (Biancale et al., 2008) available as a time series of harmonic coefficients of the gravitational potential. A complete description of the processing strategy and models used is given by Lemoine et al. (2007). The degree-two and order-zero coefficient C_{20} mainly comes from LAGEOS-1/2 SLR data. The remaining information comes from GPS-to-satellite and satellite-to-satellite tracking data. Each set of coefficients is computed every 10 days over a 30-day period, with a double weight given to the central 10 days in the inversion. The inversion is made up to harmonic degree 50. The harmonic coefficients higher than 30 are gradually constrained to the coefficients of the static field EIGEN-GL04S (Biancale et al., 2008) so that no more information comes from the data at degree 50. This strategy allows one to keep some of the high-frequency variability without being too much contaminated by the noise. Thus, inconvenient north-south stripes are significantly attenuated and no additional filtering is applied to the solutions. The spatial resolution is approximately 666 km.

For a given time, we compute over a $1^\circ \times 1^\circ$ grid on a sphere of radius $a = 6378$ km the geoid height variation ΔN , proportional to the difference $\Delta\Phi$ between the geopotential at a given time and the reference geopotential EIGEN-GL04S:

$$\Delta N(a, \theta, \phi) = \frac{\Delta\Phi(a, \theta, \phi)}{g_0(a)} = a \sum_{\ell m} [\Delta\bar{C}_{\ell m} \bar{Y}_{\ell m}^c(\theta, \phi) + \Delta\bar{S}_{\ell m} \bar{Y}_{\ell m}^s(\theta, \phi)] \quad (3.1)$$

where $g_0(a) = GM/a^2$, $\bar{Y}_{\ell m}^c(\theta, \phi)$ and $\bar{Y}_{\ell m}^s(\theta, \phi)$ are the real fully-normalized spherical harmonics of harmonic degree ℓ and azimuthal order m . $\bar{C}_{\ell m}$ and $\bar{S}_{\ell m}$ are the Stokes coefficients. The gravity disturbance Δg , which is the radial derivative of the geopotential variation, is given by

$$\Delta g(a, \theta, \phi) = g_0(a) \sum_{\ell m} (\ell + 1) [\Delta\bar{C}_{\ell m} \bar{Y}_{\ell m}^c(\theta, \phi) + \Delta\bar{S}_{\ell m} \bar{Y}_{\ell m}^s(\theta, \phi)] . \quad (3.2)$$

ΔN and Δg contain the same information through the Stokes coefficients. Nevertheless, we compute both quantities: ΔN will mainly reflect the large wavelengths of the gravitational effect whereas Δg will be more sensitive to the small ones because of the $(\ell + 1)$ term in eq. (3.2).

We use a series of 153 monthly solutions spanning 4.6 years, from 29 July 2002 to 22 February 2007. The series consists of 77 solutions prior to and 76 solutions posterior to the earthquake, spanning 29 months (29 July 2002 – 24 December 2004) and 26 months (4 January 2005 – 22 February 2007) respectively. There are three gaps of respectively 70, 20 and 30 days, occurring between December 2002 and February 2003, in June 2003 and between December 2004 and January 2005. The last gap is due to the rejection of the solutions that include the earthquake date (26 December 2004). The trade-off between the annual hydrological cycle and the postseismic relaxation is reduced because we have restricted the postseismic period to two complete annual cycles.

As shown by the time series in Fig. 3.1, the variability of the GRACE residues can be of the same order as the coseismic effect of the Sumatra-Andaman earthquake and the signal-to-noise ratio is higher for the gravity than for the geoid. One of the sources of this variability is hydrology in Southeast Asia that undergoes one of the strongest hydrological cycles in the world with high precipitation during the monsoon period. The closest hydrological basin in the studied area is the Mekong basin sprawling over Thailand and Cambodia (Frappart et al., 2006). Large signals in GRACE also come from the Brahmaputra and Ganges basins (Wahr et al., 2004). The biggest effects on the geoid and on the gravity are located on the continents but significant annual signals can be found even offshore, for example in the Andaman Sea. The limited spatial resolution of GRACE indeed produces a leakage of the continental signal towards the oceans. For example, the annual amplitude is 2.2 mm for the geoid variation and only $0.5 \mu\text{Gal}$ for the gravity variation at point B (centre panels of Fig. 3.1). The maximal amplitude of the geoid variation is reached at the end of October and is followed by a strong decrease during the last months of the year, which coincides with the occurrence of the earthquake.

Another source of variability in the GRACE residues are the seasonal and interannual changes in the ocean circulation. These variations are smaller than those due to hydrology and their amplitude is often at the noise level.

Besides, the models used for de-aliasing the GRACE raw data introduce errors at long periods in the final solutions. This is the case of the ocean tide models (Ray and Luthcke, 2006). Model errors of the S_2 tidal wave produce an alias at 161-day period that is clearly visible in the Andaman Sea, particularly at point B (bottom centre panel of Fig. 3.1) where its amplitude is larger than those of the annual and semi-annual signals. It is therefore easy to remove this alias from the GRACE time series. Ignoring it may bias the estimate of the coseismic effect when computing the gravity variations at one-year intervals.

Finally, there is an obvious postseismic signal consisting in a gravity increase, especially at points C and D located near the Sunda trench (Fig. 3.1). The velocity of the process decreases with time. It is almost null 26 months after the earthquake. Such a postseismic gravity change can be explained by several physical processes such as poroelastic rebound (Peltzer et al., 1998) as invoked by Ogawa and Heki (2007), frictional deformation, generally named afterslip, and ductile deformation in the lower crust or upper mantle (Freymueller et al., 2000). All of these processes are responsible for postseismic creep. Time dependence of the phenomenon hinges on the rheology of the creeping region (Montesi, 2004): ground displacements caused by afterslip are generally modeled by a logarithmic function of time, while those due to viscous flow are characterized by an increasing exponential function. The time scales of these processes range from several weeks for afterslip to several years for viscous relaxation of the mantle. Since the duration of the observed postseismic signal is generally larger than 6 months, we favoured the exponential relaxation law. But, the duration of the signal being shorter than 26 months, only a limited range of time constants can be assessed with reliability. Moreover, the GRACE temporal resolution is not high enough to deduce time constants smaller than one month.

GRGS time series at several points on map

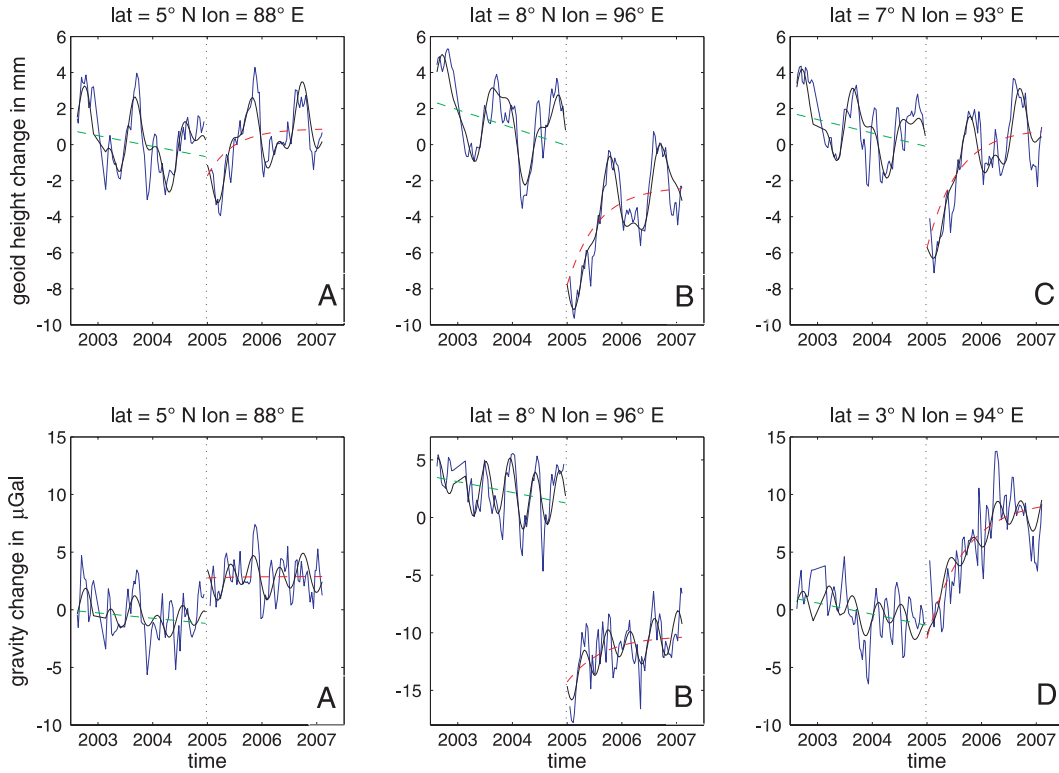


FIG. 3.1 – Time series of geoid height (top panels) and gravity (bottom panels) variations estimated from the GRACE 10-day global gravity solutions of the GRGS (blue curve), total fitted signal by non-linear inversion (black curve), fitted linear trend before the earthquake (green line) and fitted postseismic exponential relaxation (red curve). Letters refer to locations plotted in Figs 3.2, 3.4, 3.6 and 3.10.

From these considerations, it results that the difference between the gravity solutions for January 2005 and December 2004 is not a good estimate of the coseismic effect because of the strong hydrological gradient occurring at the earthquake time. Similarly, stacking over several months the differences between two solutions at a one-year interval does not provide a good estimate of the postseismic effect.

To separate the above-mentioned effects in the GRACE data, we adopt the following strategy. At each point of a $1^\circ \times 1^\circ$ grid, we simultaneously fit to the geoid and gravity time series the following time-function:

$$y(t) = \sum_{i=1}^3 a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) + \begin{cases} bt + c_1 & \text{before the earthquake} \\ c_2 + d(1 - e^{-t/\tau}) & \text{after the earthquake} \end{cases} \quad (3.3)$$

where t is the time interval with respect to earthquake origin time and model parameters are:

- a_1, ϕ_1, a_2, ϕ_2 are the amplitudes and phases of the annual and semi-annual waves to model the seasonal and annual variations of hydrology and long-period oceanic circulation,
- a_3 and ϕ_3 are the amplitude and phase of a 161-day sine curve to correct the errors on the S_2 tidal wave,
- b is a linear trend before the earthquake,

- $c_2 - c_1$ is the coseismic jump,
- τ and d are the relaxation time and total postseismic gravity change reached at the end of the relaxation.

We do not take into account the effect of the March 28, 2005 Nias earthquake because its amplitude in the gravity field is negligible compared to that of the December 26, 2004 earthquake as shown by Panet et al. (2007).

We compute the 11 parameters by a nonlinear least-squares minimization using a quasi-Newton iterative algorithm (Tarantola, 2005). We introduce a priori information (mean and variance) on each parameter. No spatial correlation is introduced. We also take the errors on the data into account. The spatial distribution of the errors of the GRACE gravity solutions is purely zonal, with higher errors at the equator than at the poles (Wahr et al., 2006). For the GRGS solutions, the calibrated one-sigma errors at the equator are 0.6 mm for the geoid height and 2.5 μGal for the gravity (Lemoine, 2007, personal communication). These calibrated errors are however quite optimistic.

For comparison with the GRGS solutions, we also investigate the CSR-RL04 global monthly solutions expanded up to degree 60 (Bettadpur, 2007) over the same period from August 2002 to February 2007, the December 2004 solution being excluded. We also replace the C_{20} coefficients by the more accurate estimates from the analysis of SLR data of five geodetic satellites (Cheng and Tapley, 2004). Since the CSR gravity fields are not forced to follow the static field, we have to find the appropriate filtering for the CSR solutions for the fairest comparison with the GRGS solutions. We first apply an isotropic Gaussian filter of radius 350 km. However, it reduces energy even at small degrees (-3 dB at $\ell = 18$). A low-pass filter in the spectral domain, which preserves the small degrees and removes the highest ones, is more appropriate. Since the constraint begins to act on the GRGS fields from degree 30, we preserve the degrees smaller than 30 in the CSR fields and filter the others with a cosine taper decreasing from one at $\ell = 30$ to zero at $\ell = 50$. However, there is still a lot of noise at $\ell = 30$ –40 after such a filtering. So the solutions are noisier after a spectral windowing with a cosine taper over degrees 30–50 than after a 350-km Gaussian smoothing.

3.2.2 Results

Results of the inversion are displayed over a $24^\circ \times 24^\circ$ area with an interpolation between each point of a $1^\circ \times 1^\circ$ grid. The Sunda trench is also plotted after Gudmundsson and Sambridge (1998), indicating the subduction of the Indian and Australian Plates beneath the Sunda Shelf. The RMS of the residues are shown in Fig. 3.2 for the GRGS solutions. The mean RMS over the area is 1 mm for the geoid and 1.8 μGal for the gravity. The largest RMS are found at places where the hydrological and oceanic signals are the strongest, such as Myanmar, Thailand and Cambodia, as well as in the Gulf of Thailand. They are due to unmodeled non-periodic variations. RMS larger than 2 μGal are found over the Sunda trench, from north of Sumatra to the Andaman Islands.

For the geoid, the mean RMS is of the same order of magnitude for every solution but is much larger for the gravity with the CSR solutions, that is 2.1 μGal for the Gaussian filtered solutions and 4.2 μGal for the spectrally filtered ones. The latter have in addition the slowest convergence speed among the three solutions. Moreover, the spatial distribution of the RMS is disturbed by north-south stripes in the CSR solutions which is not the case in the GRGS ones. The signal-to-noise ratio is therefore higher for the GRGS solutions and lower for the CSR spectrally filtered solutions. That is why we will show in detail the results obtained from the GRGS solutions and take them as a reference in the following discussion.

The parameters are generally well constrained by the data and moderately depend on the a priori variance, except for the relaxation constant. This will be discussed in Section 3.2.2.

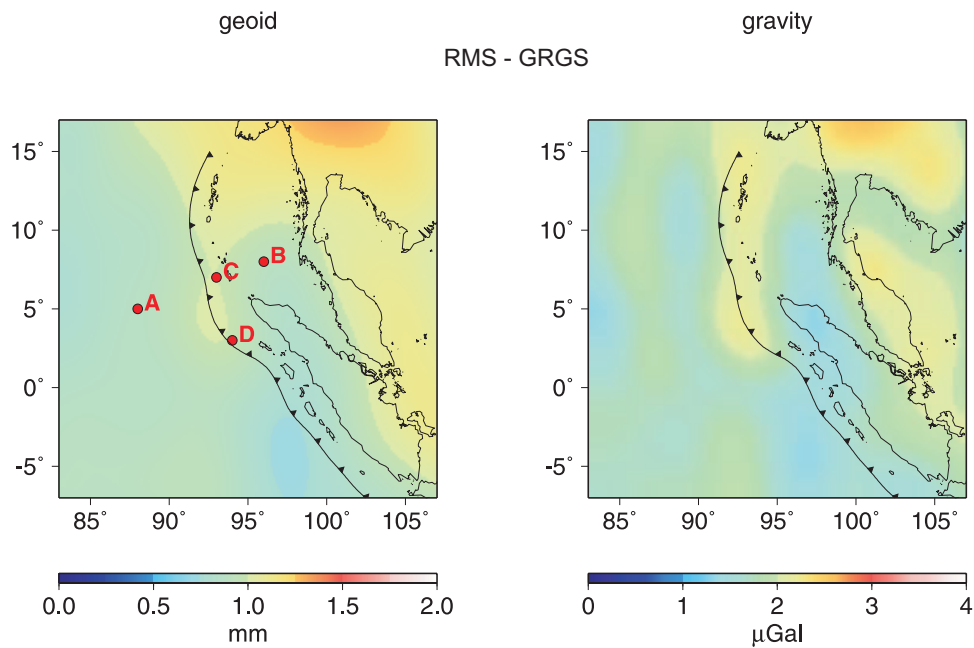


FIG. 3.2 – RMS of the residues of geoid height (left-hand panel) and gravity (right-hand panel) after inversion of the GRACE-GRGS gravity solutions. Red dots and associated letters refer to the locations where time series of Fig. 3.1 are plotted. The Sunda trench contour after Gudmundsson and Sambridge (1998) is superimposed, indicating the subduction of the Indian and Australian Plates beneath the Sunda Shelf.

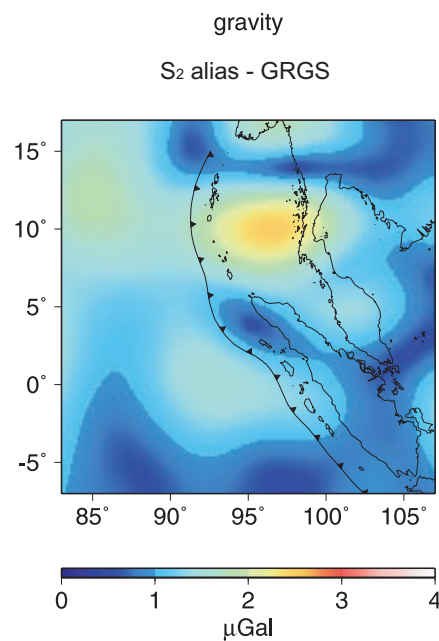


FIG. 3.3 – Amplitude of the aliasing due to the S_2 ocean tidal wave in the GRACE-GRGS solutions.

Ocean tide model errors

Aliasing is due to errors of the ocean tide model FES-2004 (Lyard et al., 2006) on the S_2 tidal wave for both the GRGS and CSR solutions. Fig. 3.3 shows the amplitude of the corresponding gravity variation for the GRGS solutions. We find large amplitudes in the Andaman Sea reaching $2.5 \mu\text{Gal}$. This may be equivalent to a maximal error of 58 mm on the S_2 predicted height in that area. At point B (bottom centre panel of Fig. 3.1), aliasing is four times larger ($2.0 \mu\text{Gal}$) than the annual and semi-annual signals. Because of the high amplitude of the aliasing of S_2 , its modelling strongly reduces the RMS in the Andaman Sea and reduces the contamination of the coseismic and postseismic effects.

Coseismic signature

GRGS solutions

Our estimate of the coseismic signature of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake in the GRGS gravity solutions is shown by Fig. 3.4 and the corresponding one-sigma error is displayed in Fig. 3.5. For both the geoid and gravity, the mean over the area is negative. The complete signature consists of a strong negative anomaly in the Andaman Sea and a weak positive one west of the subduction trench. Both anomalies are well separated by the trench and the iso-value contour lines are remarkably parallel to the trench over more than 10° of latitude. Regarding the geoid variation, the anomalies spread at larger scale than for the gravity because the former is more sensitive to large scales than the latter. The positive anomaly spreads over a larger area than the negative one. The peak-to-peak amplitude is 7 mm for the geoid and $20 \mu\text{Gal}$ for the gravity. The maximum of the negative anomaly is -8.0 mm for the geoid and $-16 \mu\text{Gal}$ for the gravity; it is located at 8°N – 97°E for the geoid and westwards for the gravity, at 96°E (point B). Maximum values of the geoid are negative, around -1 mm so that there is no uplift of the geoid. The maximum positive part of the gravity variation is $+4 \mu\text{Gal}$; it is located at 5°N – 88°E (point A). A smaller positive anomaly reaching $+2 \mu\text{Gal}$ is located close to the equator, over the trench.

The negative anomaly of the gravity variation does not leak north-eastwards, indicating that there is no contamination with hydrology in Myanmar, Cambodia and Thailand. The main geophysical effects other than the earthquake have been consequently removed by our fit without any additional filtering.

The a posteriori one-sigma mean errors on the coseismic jump are 0.5 mm for the geoid and $1.5 \mu\text{Gal}$ for the gravity. In the subduction zone as well as in the Andaman Sea, it is constant around 0.6 mm. For the gravity, however, the error is larger between the Nicobar and Andaman Islands and south of the epicenter reaching $2 \mu\text{Gal}$. It is smaller in the Andaman Sea, around $1.5 \mu\text{Gal}$. These calibrated errors are however quite optimistic. In comparison, the RMS of the post-fit residues of Fig. 3.2 are indeed larger, particularly for the geoid.

RL04-CSR solutions

The estimate of the coseismic signature in the CSR gravity solutions is shown by Figs 3.4(b) and 3.4(c) for the two filterings that have been tested, which are the spectral windowing with a cosine taper and the spatial Gaussian filtering, respectively. The amplitudes of the geoid and gravity variations are respectively 30% and 50% smaller with the Gaussian filter. This is due to the fact that this filter acts on every spatial wavelength whereas the spectral filter dampens the half-wavelengths smaller than 666 km. Peak-to-peak differences after the spectral windowing and the Gaussian filtering are respectively 8 and 5.5 mm for the geoid, and 28 and $14 \mu\text{Gal}$ for the gravity. Amplitudes found with the CSR solutions after a spectral filtering are similar to those obtained with the GRGS solutions for the geoid but are 40% larger for the gravity. However, the location of the anomalies with respect to the trench is very similar for both solutions. Although two positive anomalies are found again with the CSR solutions, the longitudinal extent of the northern

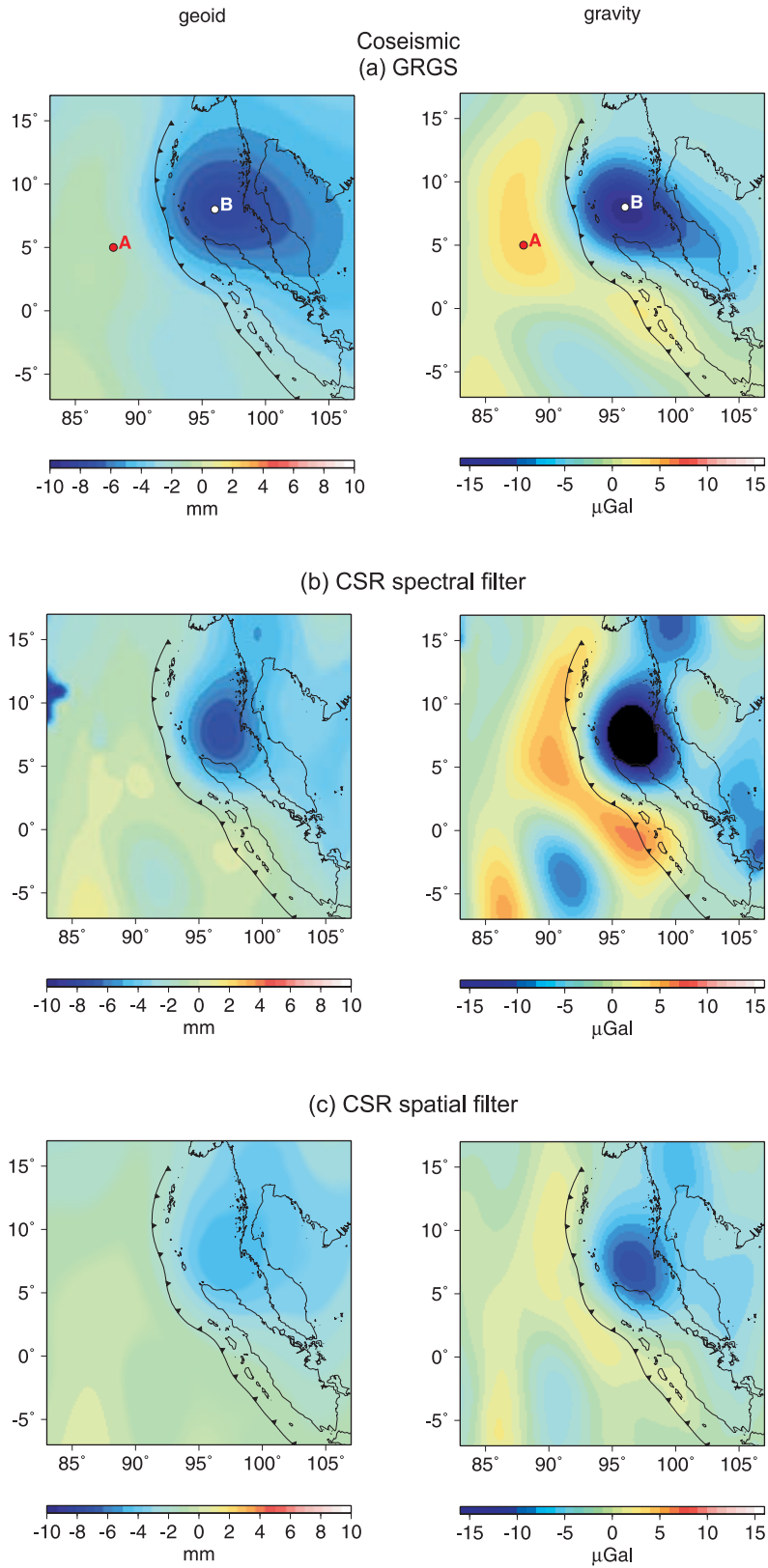


FIG. 3.4 – Coseismic jump affecting the geoid (left-hand panels) and the gravity (right-hand panels) estimated from the GRACE gravity fields of GRGS (a) and CSR after a spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30\text{--}50$ (b) or a smoothing with a 350-km Gaussian filter (c). White and red dots and associated letters indicate the locations where time series of Fig. 3.1 are plotted.

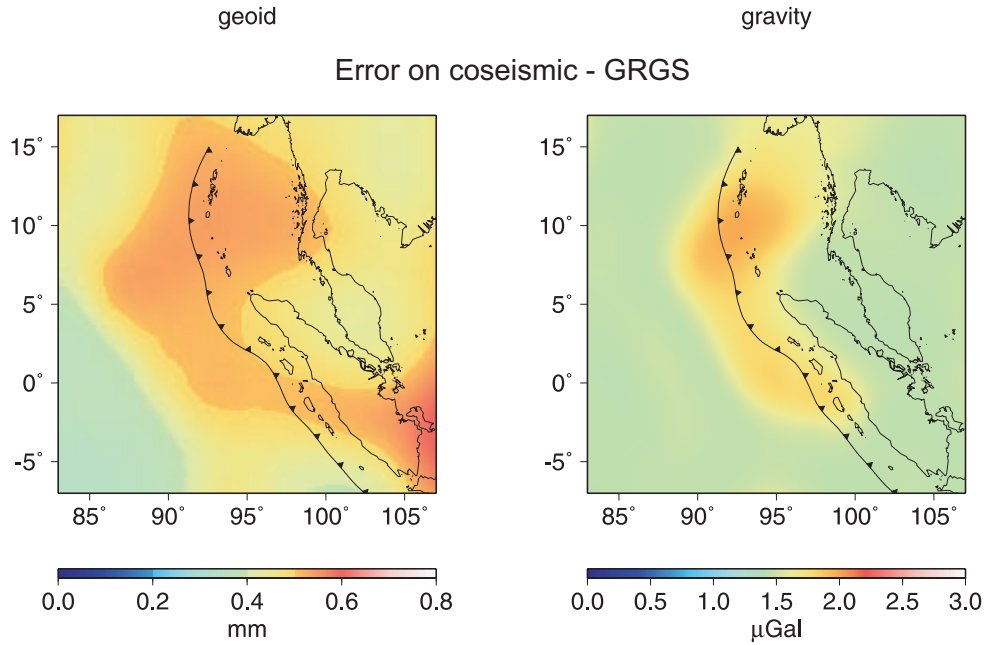


FIG. 3.5 – *A posteriori* error on the coseismic jump affecting the geoid (left-hand panel) and the gravity (right-hand panel) from the GRGS solutions.

one is smaller in the CSR solutions. Moreover, the amplitude of the southern anomaly is larger than that of the northern one on the contrary to the results with the GRGS solutions. Finally, there is a negative anomaly over Thailand in the CSR solutions that may be due to uncorrected hydrological changes in the Chao Phraya basin. Such an anomaly is however not found in the GRGS solutions.

Postseismic signature

GRGS solutions

Total postseismic gravity change d and relaxation time τ that both characterize the postseismic response are displayed in Fig. 3.6 for the GRGS solutions. Since τ does not exceed 0.85 yr (i.e. 10 months), the postseismic gravity change after 26 months is very close to the total postseismic gravity change. For both the geoid and the gravity, d (shown by Fig. 3.6a) is a positive “banana-shaped” anomaly spreading over 15° of latitude along the rupture zone and following the direction and curvature of the trench, from south of the epicenter area to north of the Andaman Islands. Once again, the signature on the geoid contains larger wavelengths than the signature on the gravity. For the geoid, it is positive everywhere on the area whereas for the gravity it rapidly decreases to negative values at the western and eastern edges, especially at the western edge. The gradient at these locations is remarkably perpendicular to the trench. For the geoid, the maximum of d is 6.8 ± 0.3 mm in the vicinity of the Nicobar Islands, at 7°N–93°E (point C). For the gravity, the maximum value of 12.3 ± 1.2 μ Gal is located at 3°N–94°E (point D), near the epicenter. On both sides of the positive anomaly, there are two negative anomalies that reach respectively -4.2 ± 1.2 μ Gal in the Indian Ocean and -0.4 ± 1.2 μ Gal at 7°N–99°E, south of Phuket. A posteriori errors on d are about 0.3 mm for the geoid and 1.2 μ Gal for the gravity all over the area.

The relaxation constant τ is shown in Fig. 3.6(b). If a loose constraint is applied to τ , it takes unrealistic values. So we impose a tight constraint on it: we take 0.7 yr (i.e. about 8.5 months) for a priori mean value, which is the third of the postseismic period, and 0.2 yr for its variance. For the gravity, the mean value of τ is the a priori value. But there are areas where τ departs from it. For

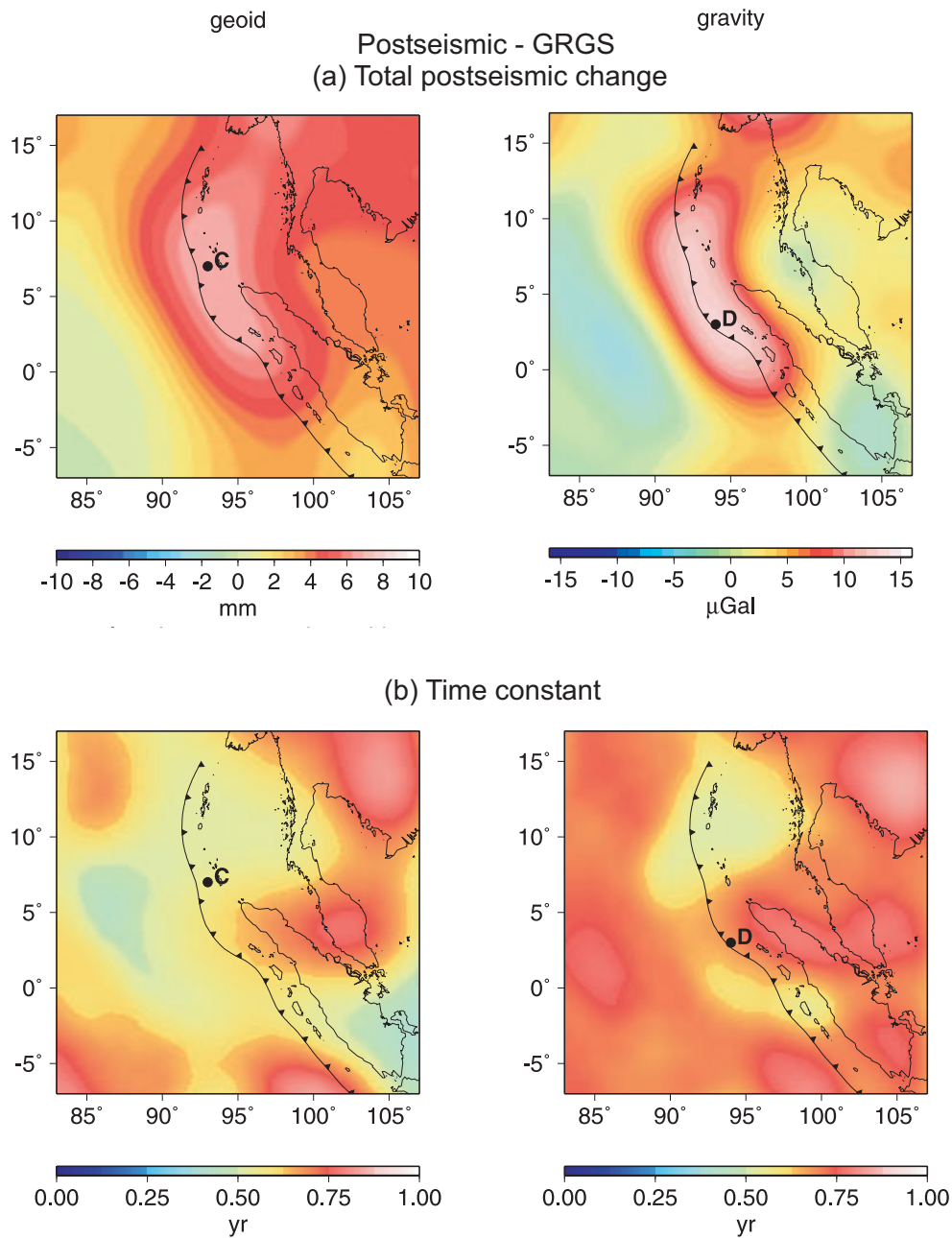


FIG. 3.6 – Total postseismic change (a) and time constant (b) of the postseismic relaxation affecting the geoid (left-hand panels) and the gravity (right-hand panels) estimated from the GRGS solutions. Black dots and associated letters indicate the locations where the time series of Fig. 3.1 are plotted.

the geoid, however, the mean value of τ is 0.6 yr which is smaller than the a priori value. Ogawa and Heki (2007) found the same value. We distinguish three zones both in geoid and gravity: in the area of the Andaman and Nicobar Islands and in the North of the Andaman Sea, τ is small (around 0.4–0.5 yr); then in the northern part of Sumatra, it is larger (around 0.7–0.8 yr) and finally, south of the epicenter area, it is small (around 0.4–0.5 yr) again. Small values of τ are correlated with large errors on the coseismic jump which indicates a trade-off between both parameters. Errors on τ are shown in Fig. 3.7. For both the geoid and the gravity, they are smaller over the area of positive postseismic gravity change: they reach minima of about 0.06 yr (25 days) for the geoid and 0.13 yr (50 days) for the gravity in the area between the Andaman and Nicobar Islands. This means that an exponential relaxation law fits the data rather well in that area, in particular for the geoid (i.e. at large scales). Elsewhere, the errors take the a priori value indicating the lack of information.

Large values of d and τ are found in Myanmar, Thailand, Cambodia and Vietnam: they might be due to a positive interannual water mass balance over these areas.

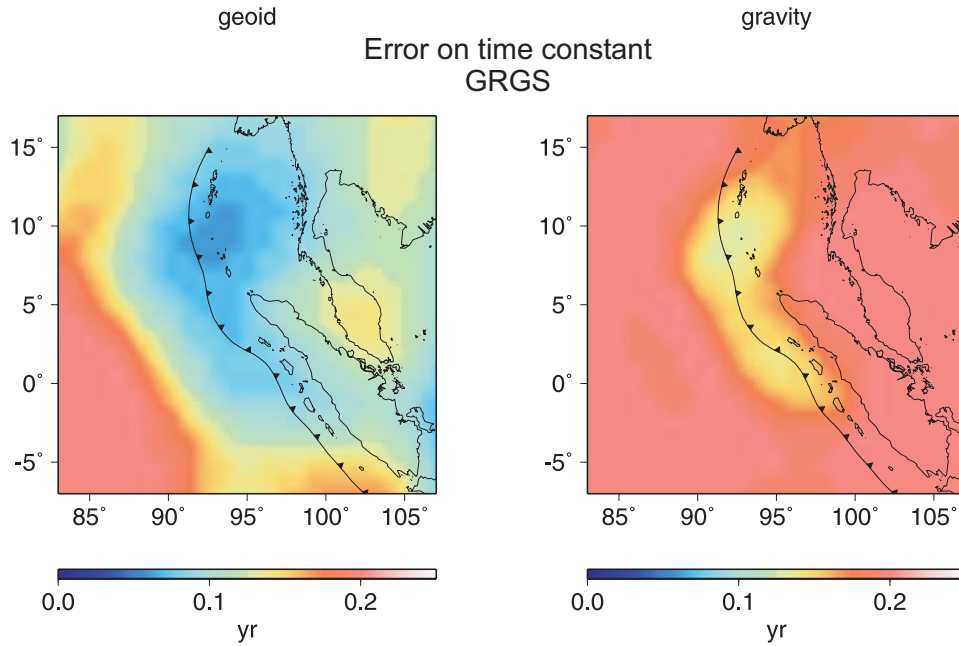


FIG. 3.7 – *A posteriori error on the time constant of the postseismic relaxation affecting the geoid (left-hand panel) and the gravity (right-hand panel) estimated from the GRGS solutions.*

RL04-CSR solutions

The postseismic signature estimated from the CSR solutions after applying a spectral windowing (resp. a 350-km Gaussian filter) is displayed in Fig. 3.8 (resp. Fig. 3.9). As for the coseismic signature, the difference due to the filtering leads to smaller amplitudes of the geoid (resp. gravity) variations of about 30% (resp. 50%) with the Gaussian filter. Amplitudes found with the CSR solutions after a spectral windowing are smaller than those obtained with the GRGS solutions for the geoid but are larger for the gravity. On the contrary to the result with the GRGS solutions, the positive anomaly obtained with the CSR solutions does not follow the curvature of the subduction and its direction is quasi north-south. The pattern of τ for the solutions filtered with the spectral windowing is very noisy for both the geoid and the gravity, with north-south stripes that prevent from any interpretation. As for the solutions filtered with the Gaussian filter, τ is quasi constant over the entire area, indicating that no information on τ comes from these data.

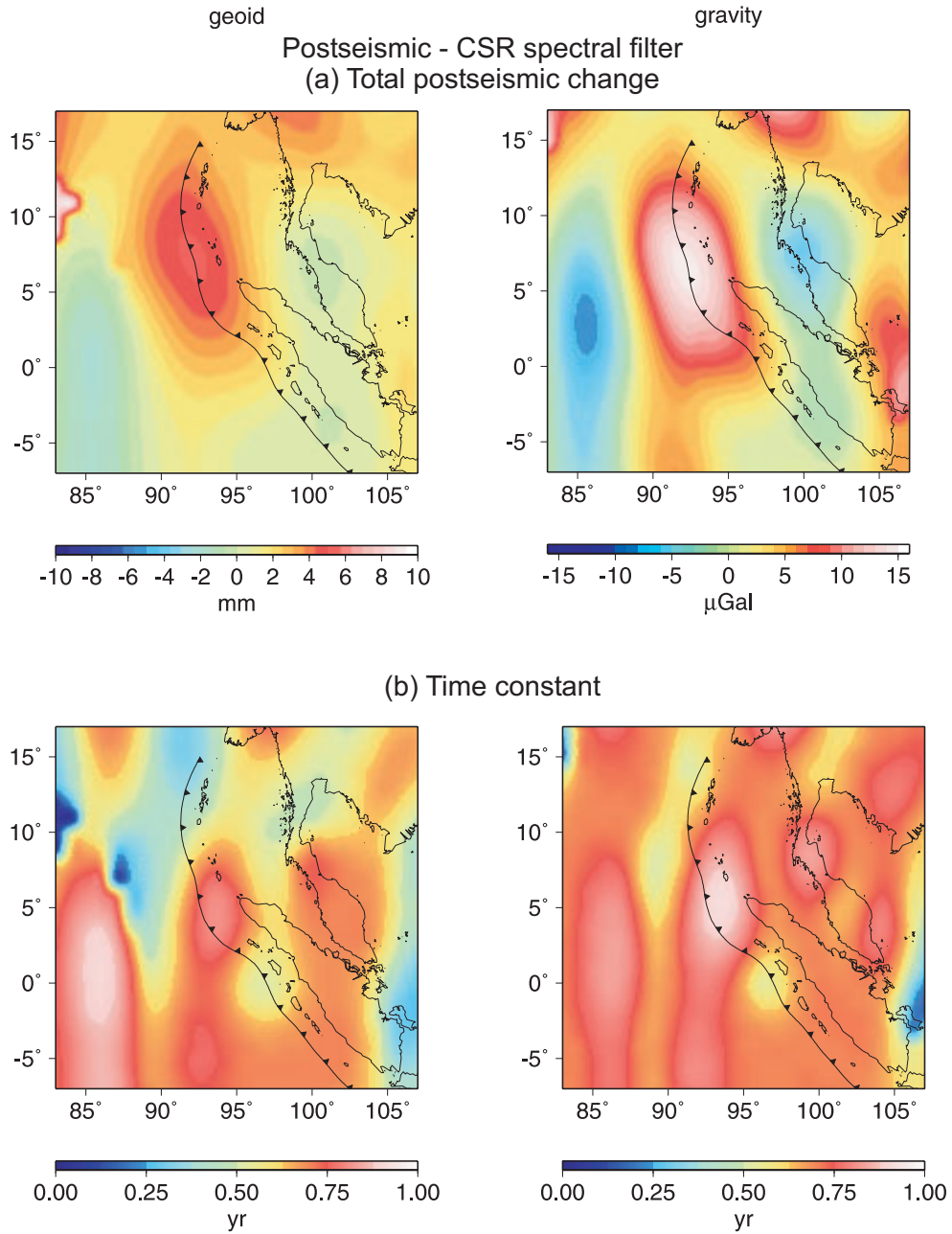


FIG. 3.8 – Total postseismic gravity change (a) and time constant (b) of the postseismic relaxation affecting the geoid (left-hand panels) and the gravity (right-hand panels) from the CSR-RL04 solutions after spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30$ –50.

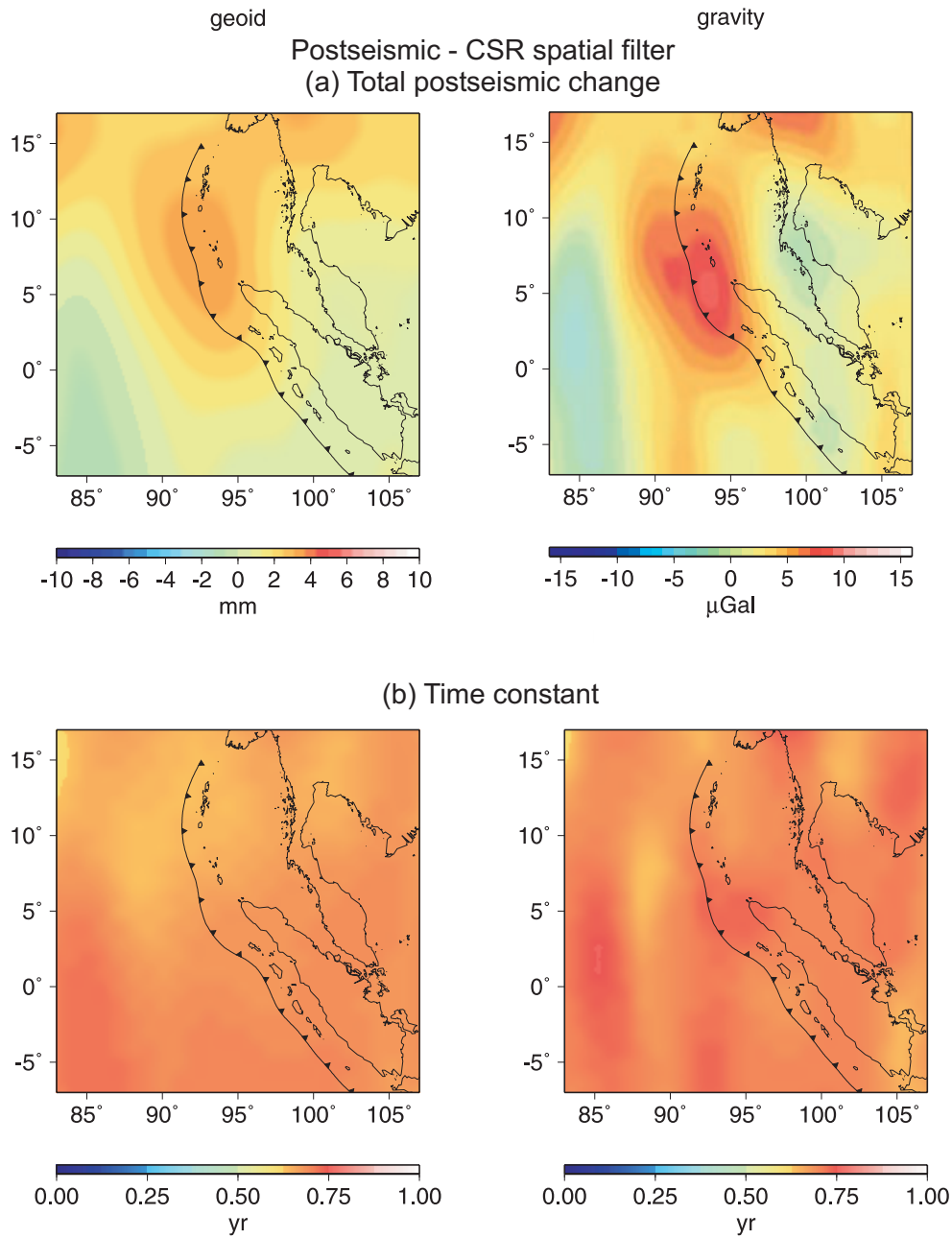


FIG. 3.9 – Total postseismic gravity change (a) and time constant (b) of the postseismic relaxation affecting the geoid (left-hand panels) and the gravity (right-hand panels) from the CSR-RL04 solutions after smoothing with a 350-km Gaussian filter.

Permanent effect 26 months after earthquake

Fig. 3.10 shows the sum of the coseismic effect and postseismic relaxation estimated 26 months after the earthquake for each of the three solutions.

In the GRGS solutions (Fig. 3.10a), the permanent signature is still bipolar like the coseismic one, but the positive and negative anomalies are now symmetric in amplitude and the orientation of the dipole has rotated counterclockwise being now NW-SE. The positive anomaly is again more stretched than the negative one. The extrema are 3.1/-3.3 mm for the geoid, and 12.3/-13.6 μGal for the gravity. Peak-to-peak amplitudes are 6.4 mm for the geoid and 26 μGal for the gravity. The location of the anomalies is different from the coseismic signature: the negative anomaly is slightly shifted to the Southeast, south of Phuket, at 7°N-98°E where postseismic relaxation is negative, and the positive anomaly lies further south-eastwards, at 1°N-96°E, south of the epicenter where postseismic relaxation is the largest.

The permanent signatures estimated from the CSR solutions after applying a spectral windowing and a 350-km Gaussian filter are shown in Fig. 3.10(b) and Fig. 3.10(c), respectively. The difference in filtering leads to a peak-to-peak amplitude that is 50% smaller with the Gaussian filter than that obtained with the spectral windowing. The spatial pattern is however similar. The maximum of the positive anomaly is shifted to the Northwest with respect to that of the GRGS solutions, leading to a more longitudinal orientation. The peak-to-peak amplitude found with the spectral windowing is 50% and 30% larger for the gravity and geoid, respectively. The order of magnitude of the signature obtained with the GRGS solutions agrees better with that obtained with the Gaussian-filtered CSR solutions.

3.3 Modelling of the impact of global hydrology and oceanic circulation

Continental hydrology and oceanic circulation are two sources of errors when estimating the coseismic and postseismic signatures from the GRACE solutions. Interannual variations in the oceanic circulation and even in continental hydrology (because of the proximity of the monsoon zone) may have been absorbed in the estimated coseismic jump and/or in the estimated postseismic relaxation. We compute the gravity changes from the combined predictions of the water content in the soil as well as the snow cover over the continents, and those of the non tidal and baroclinic pressure variations at the ocean bottom. The predictions are converted into a surface mass load at the Earth's surface. Then we compute the gravity change as seen by GRACE. We use the 3-hour analyses of the Global Land Data Assimilation System (GLDAS) hydrology model (Rodell et al., 2004) as well as the 6-hour analyses of the European Center for Medium-range Weather Forecasts (ECMWF) operational model (Viterbo and Beljaars, 1995). Regarding the global oceanic circulation, we investigate the 12-hour bottom pressure analyses of the ECCO ("Estimating the Circulation and Climate of the Ocean")/JPL model (Stammer et al., 2002). The investigated period is the same as for the GRACE gravity data, from July 29, 2002 to February 22, 2007. The predictions are transformed into 10-day means. A running average is applied to three consecutive 10-day predictions with weights 0.5/1/0.5, as the GRACE-GRGS gravity fields were built. In order to work at the same spatial resolution as GRACE, they are low-pass filtered with a cosine taper decreasing from one at $\ell = 30$ to zero at $\ell = 50$. We fit to both combinations (ECMWF+ECCO and GLDAS+ECCO) the same parameters as for the GRACE data, except the 161-day sine curve. Consequently, the resulting coseismic jump and total postseismic effect stand for the biases of our inversion method considering the uncorrected interannual variations from continental hydrology and oceanic circulation.

In the subduction zone, the annual wave is less than 3 μGal in both the models and GRACE. The annual signal in the Mekong basin is smaller in the models (maximal amplitude of 6 μGal)

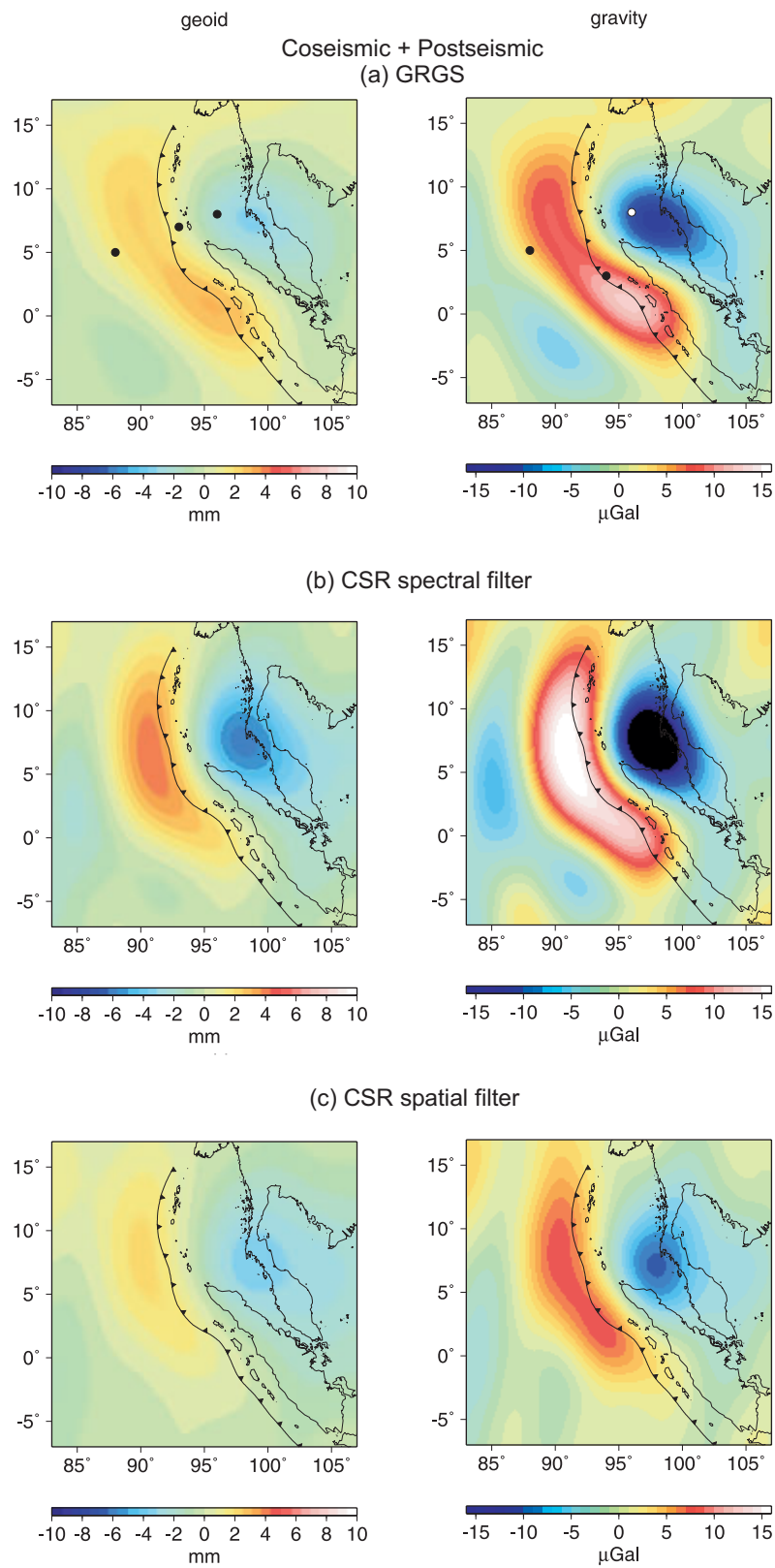


FIG. 3.10 – *Permanent effect (coseismic + postseismic) 26 months after the earthquake affecting the geoid (left-hand panel) and the gravity (right-hand panel) from the GRACE gravity fields of GRGS (a) and CSR after a spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30$ – 50 (b) or a smoothing with a 350-km Gaussian filter (c).*

than in GRACE (maximal amplitude of $9 \mu\text{Gal}$). The ECCO analyses lead to a $7\text{-}\mu\text{Gal}$ annual signal in the Gulf of Thailand, which is not detected by GRACE. In the preseismic linear trend, there is much more variability and larger amplitudes in GRACE than in the models. In GRACE, we find negative velocities around $-2 \mu\text{Gal yr}^{-1}$ in a north-south stripe spreading on longitudes $95\text{--}100^\circ\text{E}$. On the contrary, the model velocities are zero in that area. Large negative velocities over Southeast Asia in GRACE agree well with the model velocities, in both combinations, over Myanmar only ($-1.5 \mu\text{Gal yr}^{-1}$ in the models against $-2.4 \mu\text{Gal yr}^{-1}$ in GRACE).

The total postseismic gravity change computed from the models (Fig. 3.11b) ranges between -1 and $2 \mu\text{Gal}$ over the subduction area and in the Indian Ocean. This is comparable to the $1.2\text{-}\mu\text{Gal}$ error associated to our estimated total postseismic gravity change in GRACE. So the positive part of the postseismic signal observed in GRACE has no hydrological or oceanic origin. In the ECMWF+ECCO combination, the largest signal reaches $7 \mu\text{Gal}$ in Malaysia and Gulf of Thailand. In the GLDAS+ECCO combination, the postseismic signal is clearly located offshore, in the Gulf of Thailand, reaching $6 \mu\text{Gal}$. South of Phuket, a $3\text{-}\mu\text{Gal}$ signal is found in both model combinations. Consequently, the estimated postseismic gravity decrease of $-0.4 \pm 1.2 \mu\text{Gal}$ at $7^\circ\text{N}\text{--}99^\circ\text{E}$ (right-hand panel of Fig. 3.6a) may have been underestimated by several μGals because of interannual hydrological and oceanic variations. The real postseismic gravity change may consist of a main central positive anomaly surrounded by two smaller negative ones of equal amplitudes.

Finally, the coseismic jump shown in Fig. 3.11(a) represents the error in our estimate of the coseismic effect since the models contain no jump. We do not find any significant signal over the subduction area nor in the Indian Ocean where values are overall slightly negative. In both combinations, we find a gradient from east to west. Minimal values reach $-4 \mu\text{Gal}$ in the Gulf of Thailand which is above the $1.5\text{-}\mu\text{Gal}$ error on the estimated coseismic jump in GRACE in that area. However, no coseismic signal is found there. Therefore, the estimated negative coseismic anomaly in the eastern part of the Andaman Sea (Fig. 3.4a) may have been overestimated by 1 to $2 \mu\text{Gal}$ because of a signal of hydrological and oceanic origin. Such a signal may also contribute by 2 to $3 \mu\text{Gal}$ to the leakage of the GRACE negative anomaly in the southeastward direction. However, estimates from global hydrological models and an ocean circulation model cannot totally explain the strong negative anomaly in the Andaman Sea.

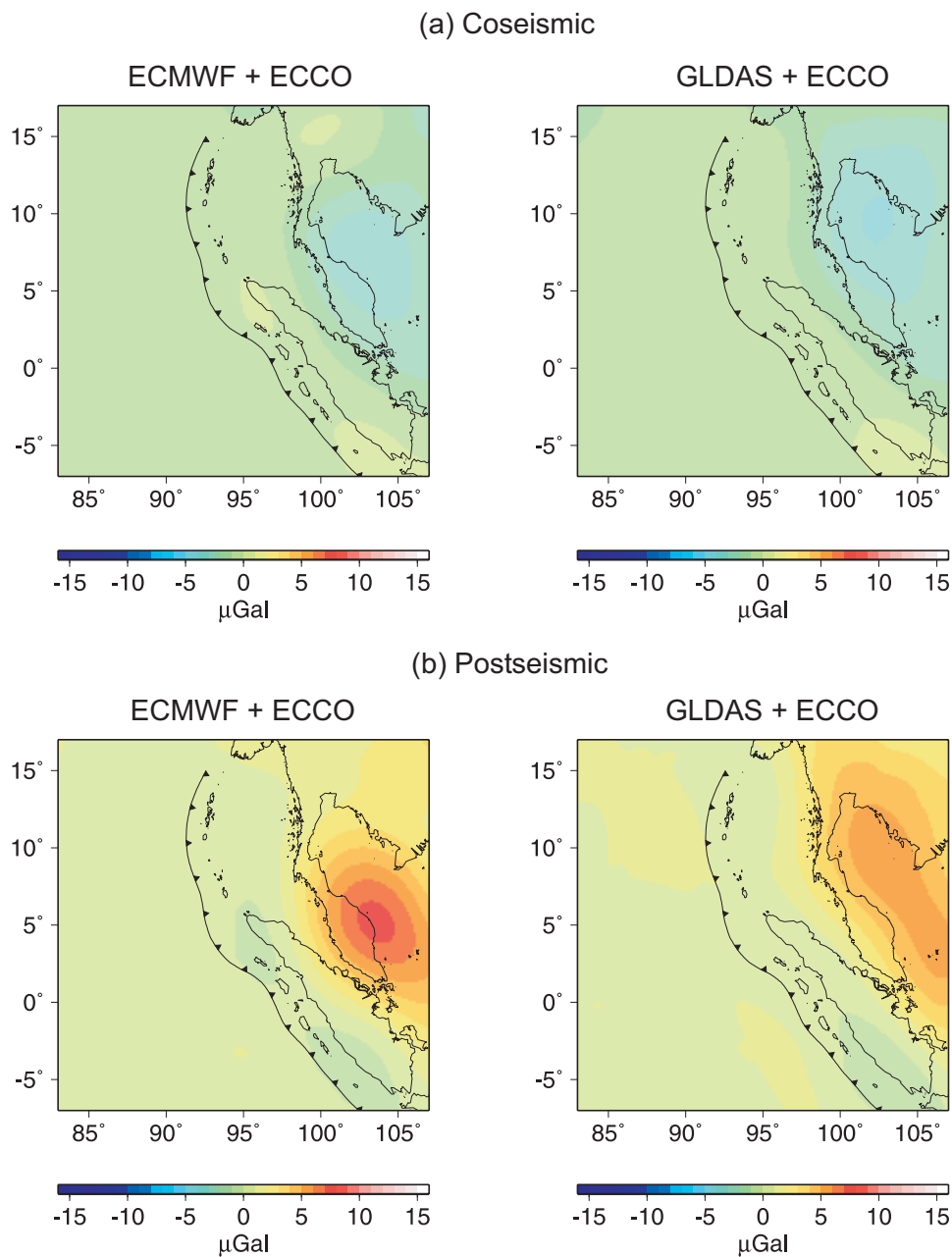


FIG. 3.11 – *Impact of global hydrology and oceanic circulation on the GRACE estimates of the coseismic and postseismic gravity changes. Estimated contribution on the coseismic jump (a) and total postseismic gravity change (b) from the ECMWF+ECCO (left-hand panels) and GLDAS+ECCO (right-hand panels) model combinations.*

3.4 Modelling of coseismic effect in gravity field

3.4.1 Theory

To compute the elasto-gravitational response of the Earth, we first compute the potential perturbation and deformation of the solid Earth and then the potential perturbation due to the ocean mass redistribution.

Potential perturbation and deformation of the solid Earth

To compute the static potential perturbation of the Earth, we sum the normal modes of an elastic, self-gravitating, non rotating, spherical Earth generated by the earthquake (Saito, 1967; Gilbert, 1971). Gross and Chao (2006) use the same method to compute the effect of the Sumatra-Andaman earthquake on the length-of-day, polar motion and low-degree coefficients of the Earth's gravity field. An alternative approach to the static deformation consists in computing static dislocation Love numbers (Sun and Okubo, 1993). Both calculations must provide the same results for a given earth model.

The gravitational potential perturbation $\Delta\Phi(r, \theta, \phi)$ induced by an internal point source located at x_s with seismic moment M_{ij} can be written as (Gilbert, 1971; Aki and Richards, 2002):

$$\Delta\Phi(r, \theta, \phi) = \sum_{n\ell m} \frac{M_{ij} : \varepsilon_{ij}^{*(n\ell m)}(x_s)}{n\omega_\ell^2} {}_nP_\ell(r) Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (3.4)$$

where $\varepsilon^{*(n\ell m)}(x_s)$ is the complex conjugate of the strain generated by the $n\ell m$ -mode at the source location and $n\omega_\ell$ is the eigenfrequency of the mode. n stands for the radial overtone number, ℓ is the spherical-harmonic degree and m is the azimuthal order. ${}_nP_\ell(r)$ is the radial eigenfunction of the perturbation of the gravitational potential associated to the $n\ell m$ mode. $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ are the complex fully-normalized spherical harmonics. By replacing ${}_nP_\ell$ by ${}_nU_\ell$, which is the radial eigenfunction of the vertical displacement of the $n\ell m$ mode, one obtains a similar expression for the vertical displacement $u_r(r, \theta, \phi)$.

We use the computer program MINOS based on a method developed by Woodhouse (1988) to compute the eigenfrequencies and eigenfunctions of the modes. We consider the anisotropic version of the PREM model (Dziewonski and Anderson, 1981). However, the surface ocean layer is not very well modelled in MINOS, as the equations implemented are not suitable for a fluid. Therefore the ocean mass redistribution due to the earthquake are not estimated, leading to unrealistic predictions at the ocean surface. That is why we choose to compute the response of the solid Earth by removing the 3-km-thick ocean layer from the PREM model. The response of the ocean is then solved analytically, as explained in Section 3.4.1.

Once the perturbation of the gravitational potential is known, it is straightforward to compute the displacement of the equipotential surface ΔN and variation of gravity Δg at the surface of the crust $b = 6368$ km:

$$\Delta N(b, \theta, \phi) = -\frac{\Delta\Phi(b, \theta, \phi)}{g_0(b)} \quad (3.5)$$

$$\Delta g(b, \theta, \phi) = \Delta\dot{\Phi}(b, \theta, \phi) \quad (3.6)$$

where $g_0(b)$ is the unperturbed gravity at $r = b$ and the dot denotes the radial derivative. The gravity variation at $r = b^+$ is given as a function of the vertical displacement $u_r(b, \theta, \phi)$ and the gravity variation at the top of the crust $r = b^-$ by:

$$\Delta g(b^+, \theta, \phi) = \Delta g(b^-, \theta, \phi) + 4\pi G \Delta\rho(b) u_r(b, \theta, \phi). \quad (3.7)$$

$\Delta\rho(b)$ is the density contrast at the surface of our modified earth model, that is the density of the crust at $r = b$.

The potential and gravity perturbations are then continued upward to $a = 6378$ km where the GRACE solutions are computed.

Our approach is more realistic than that of Han et al. (2006) and Ogawa and Heki (2007). These authors first compute the displacement field and the subsequent volume strain caused by a finite dislocation in a homogeneous half space. Next, they introduce a density discontinuity at the Moho depth and at the ocean bottom to compute the induced gravity changes.

Potential perturbation of the ocean

We compute the static potential perturbation of a global incompressible 3-km-thick ocean by imposing at its bottom the displacement field $u_r(b, \theta, \phi)$ and potential perturbation $\Delta\Phi(b, \theta, \phi)$ computed in Section 3.4.1. If we denote ΔP the total static perturbation of the gravity potential in the ocean, the displacement of the equipotential surface ΔN at the surface of the ocean $c = 6371$ km, i.e. the displacement of the geoid, and the gravity perturbation Δg are

$$\Delta N(c, \theta, \phi) = -\frac{\Delta P(c, \theta, \phi)}{g_0(c)} \quad (3.8)$$

$$\Delta g(c, \theta, \phi) = \Delta \dot{P}(c, \theta, \phi). \quad (3.9)$$

The degree- ℓ term of ΔP is given by

$$\Delta P_\ell(c) = \frac{1}{\frac{(2\ell+1)g_0(c)}{4\pi G\rho_w c} - 1} \left(\frac{b}{c}\right)^{\ell+1} \left[\Delta\Phi_\ell(b) + \frac{b}{c}g_0(b)u_{r,\ell}(b) \right] \quad (3.10)$$

where ρ_w is the density of the ocean. ΔN and Δg at $r = c$ are then continued upward to $r = a$. The degree- ℓ term of Δg is found by derivating eq. (3.10):

$$\Delta g_\ell(c) = -(\ell+1)\frac{\Delta P_\ell(c)}{c}. \quad (3.11)$$

The deformed ocean loads the solid Earth, whose subsequent deformation is responsible for a secondary effect on the ocean. A straightforward calculation of the secondary deformation of the ocean however shows that it is one order of magnitude smaller than the primary effect and consequently we neglect it.

The total response at $r = a$ is then the sum of the upward continued effects given by eqs (3.5) and (3.8) for the potential perturbation, and eqs (3.6) and (3.9) for the gravity perturbation:

$$\Delta N(a, \theta, \phi) = -\frac{\Delta\Phi(a, \theta, \phi) + \Delta P(a, \theta, \phi)}{g_0(a)} \quad (3.12)$$

$$\Delta g(a, \theta, \phi) = \Delta \dot{\Phi}(a, \theta, \phi) + \Delta \dot{P}(a, \theta, \phi). \quad (3.13)$$

3.4.2 Numerics

For each harmonic degree ℓ , we sum over all the overtones with eigenfrequency smaller than 120 mHz to achieve the convergence of the series given by eq. (3.4). We start the sum over the spherical-harmonic degree at $\ell = 2$. In order to get a similar spectral content as GRACE observations, we low-pass filter the eigenfunctions in the spectral domain with a cosine taper decreasing from one at $\ell = 30$ to zero at $\ell = 50$.

For each observable N , g and u_r , we compute the cumulative effect of all the point sources of the seismic moment distribution on a $24^\circ \times 24^\circ$ area gridded at a 5-km interval. We use the

Ammon et al. (2005) source model. The fault rupture of about $1200 \text{ km} \times 200 \text{ km}$ is represented by 850 point dislocations equally distributed with variable dislocation and slip orientation. These authors chose the strike and dip of the individual sources according to the subduction geometry and inverted the rake and slip from seismological data: body and surface waves as well as normal modes. The total seismic moment is: $9 \times 10^{22} \text{ N m}$.

3.4.3 Results

The modeled coseismic displacement of the equipotential surface ΔN and gravity variation Δg are plotted in Fig. 3.12.

The response of the solid Earth, given by eqs (3.5) and (3.6), is shown in Fig. 3.12(a). It consists in a dipole whose negative anomaly reaches -2.8 mm for the geoid and $-12 \mu\text{Gal}$ for the gravity and positive anomaly reaches 3.3 mm for the geoid and $14 \mu\text{Gal}$ for the gravity. The negative anomaly is centred in the southeastern part of the Andaman Sea. Its absolute amplitude is slightly smaller than the positive anomaly that lies west of the trench. This solid Earth contribution does not correlate very well with the GRACE observations.

The response of the ocean, given by eqs (3.8) and (3.9), is plotted in Fig. 3.12(b). It consists in a quasi-spherical negative anomaly centred over the trench offshore, between the Nicobar Islands and the northern tip of Sumatra. It reaches -4.0 mm for the geoid and $-11 \mu\text{Gal}$ for the gravity.

Finally, the sum of both contributions is plotted in Fig. 3.12(c). The signature is still dipolar but the negative anomaly is dominant. Consequently, the average over the area is negative. The peak-to-peak amplitude is 4.6 mm for the geoid and $20 \mu\text{Gal}$ for the gravity. The positive anomaly is located west of the trench and centred at $2-3^\circ\text{N}-92^\circ\text{E}$. In gravity, it follows the trench remarkably well along its eastern side. The maximum amplitude is 0.1 mm for the geoid and $5.4 \mu\text{Gal}$ for the gravity. The negative anomaly is located in the southern part of the Andaman Sea and centred at $8^\circ\text{N}-97^\circ\text{E}$. It reaches -4.5 mm for the geoid and $-14.3 \mu\text{Gal}$ for the gravity.

The GRACE estimate of Fig. 3.4 and the seismic model of Fig. 3.12 agree well regarding the gravity change and quite well for the geoid displacement. In particular, we succeed in restituting the main characteristics of the observed coseismic signature, such as the overall shape, the order of magnitude of the peak-to-peak amplitudes, the large weight of the negative anomaly as well as its location. However, the modelled positive anomaly is located between the two positive anomalies observed in GRACE. On the contrary to the model, the observed negative anomaly leaks south-eastwards, over the Malay Peninsula and the Gulf of Thailand. This difference has been mainly explained in Section 3.3 by the effect of interannual variations in the ocean circulation over the Gulf of Thailand. Regarding the gravity change, the model extrema are -14.3 and $+5.4 \mu\text{Gal}$. The peak-to-peak amplitude is the same as the GRACE estimate but the model extrema are $2 \mu\text{Gal}$ larger than the observed ones. This discrepancy is not significant when compared to the $1.5\text{-}\mu\text{Gal}$ error on the coseismic estimate. The peak-to-peak amplitude of the modelled geoid variation is 2 mm smaller than in the GRACE observations. The maximum value over the area is $+0.1 \text{ mm}$ in the model whereas it is -1 mm in the GRACE observations. The modelled negative anomaly reaches -4.5 mm . It is not as large as the -8 mm of observed geoid decrease. As for the gravity variation, we can show from global model outputs that there is almost no contamination from ocean circulation nor continental hydrology in the Andaman Sea. So the discrepancy between the model and the observation is likely to the effect of a source located in the solid Earth.

Panet et al. (2007) partly explained such a discrepancy by a 15-cm additional subsidence of the sea floor in the Andaman Sea due to a less rigid regional lithosphere. Nevertheless, in a full-resolution geoid, the negative anomaly should be located westwards, right above the subduction zone. Then, the effect of the filtering is to move the anomaly eastwards, in the Andaman Sea. So the geophysical origin of such strong negative anomaly is probably not located in the Andaman Sea but may be due to stronger ground displacements above the down-dip end of the slab.

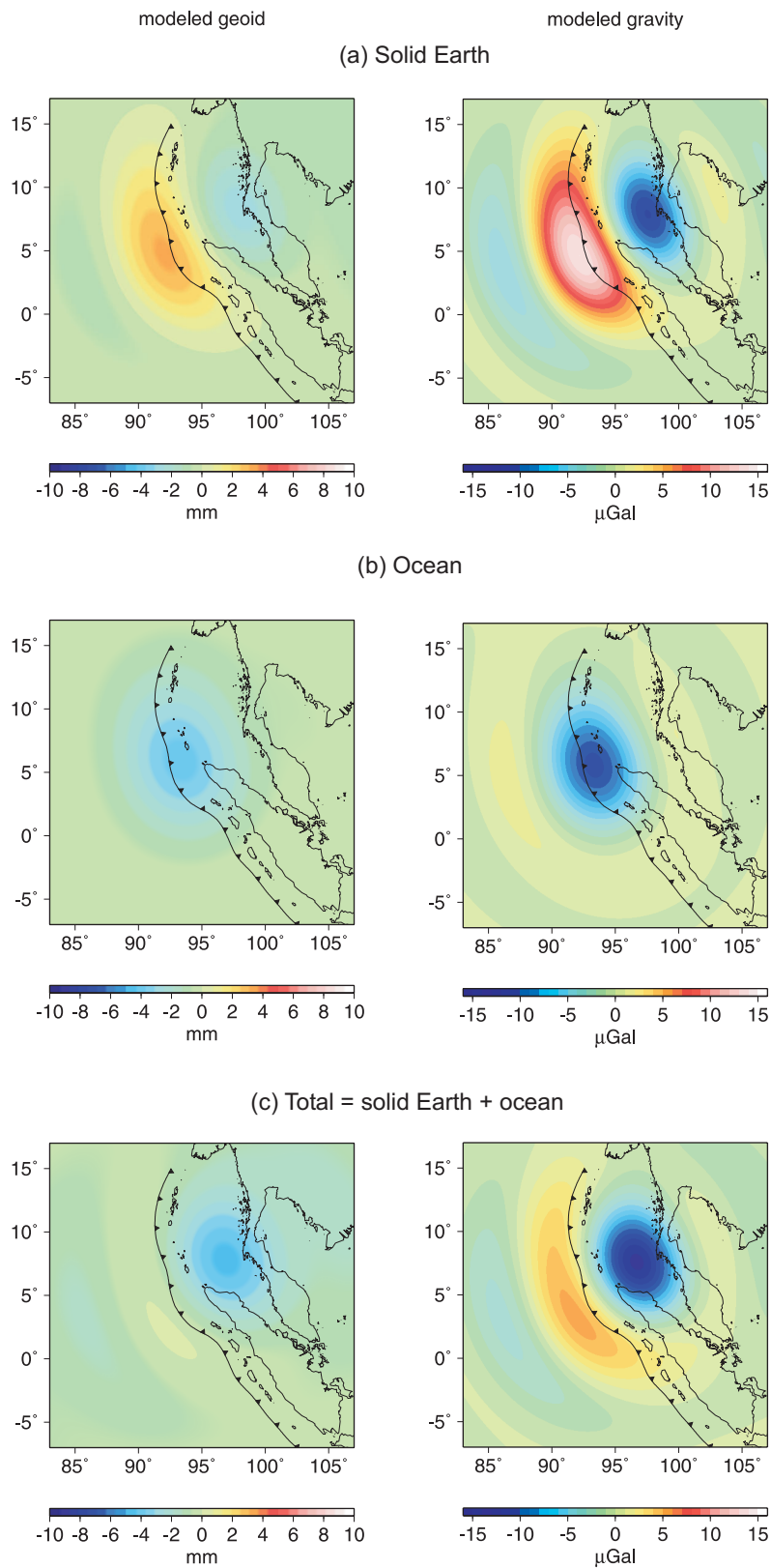


FIG. 3.12 – Modeled coseismic jump affecting the geoid (left-hand panel) and the gravity (right-hand panel) after spectral filtering with a cosine taper over degrees $\ell = 30\text{--}50$. The complete signature (c) is obtained from the contribution of the solid Earth (a) and the subsequent ocean mass redistribution (b).

3.5 Comparison with previous studies and discussion

3.5.1 Coseismic effect

Our GRACE estimate of the effect on the geoid is less negative west of the trench than the January 2005 minus January 2004 difference computed by Panet et al. (2007) for the same GRGS solutions. In the Andaman Sea, the amplitudes are similar. We can only qualitatively compare our results with their wavelet analysis of the effect on the geoid that provides correlation coefficients: our estimate of the effect on the geoid is very similar to their 1000-km scale wavelet analysis and our estimate of the effect on the gravity agrees well with their 570-km scale wavelet analysis although, in this case, they find a smaller positive anomaly compared to the negative anomaly.

Also, our estimate of the effect on the geoid agrees also well in shape and amplitude with that of Ogawa and Heki (2007), although they use solutions smoothed with a 350-km Gaussian filter (Table 3.1).

Han et al. (2006) and Chen et al. (2007) find a stronger positive gravity anomaly located further south than ours. This difference is not found anymore in the recent work of Han and Simons (2008). In Chen et al. (2007), Han et al. (2006) and Han and Simons (2008), the peak-to-peak amplitude is larger, about 30 μGal . For the last two studies, this may be explained by the higher spatial resolution of the gravity solutions. Besides, as Chen et al. (2007) and Han et al. (2006) stacked annual differences over 6 and 21 months respectively, their coseismic signature is contaminated by the postseismic effect and is similar to our estimate of the permanent effect, in particular for Chen et al. (2007) whose stacking period is the longest.

Our modelled coseismic gravity change is quite similar to that of Han et al. (2006) although they use a different modelling and filtering strategy (Table 3.1). They find a larger peak-to-peak amplitude (about 30 μGal) and their negative anomaly does not seem to be as large with respect to the positive one as in our model. Ogawa and Heki (2007) find a similar pattern of amplitudes for the geoid, but, once again, with a 3-mm larger negative anomaly after a spatial smoothing. They explain the stronger negative anomaly by dilatation in the crust. In our study, this contribution is present but we do not isolate this effect. However, our modelled total response of the solid Earth without ocean does not correlate with the GRACE observations. We show in Section 3.4 that the effect of the ocean mass redistribution must be added to explain the observed overall negative signature. This effect is however neglected by Han et al. (2006) and Ogawa and Heki (2007).

3.5.2 Postseismic effect

Our estimate of the postseismic signature 26 months after the earthquake from the GRACE observations is better constrained from the GRGS solutions than from the CSR-RL04 solutions for both parameters that characterize the relaxation. It consists in a “banana-shaped” positive anomaly centred on the Sunda trench spreading over 15° of latitude from south of the epicenter to the Andaman Islands. The amplitude of 6.8 mm in the geoid variation is comparable to that of Ogawa and Heki (2007), although they use different solutions that are smoothed with a 350-km Gaussian filter and disturbed by north-south stripes. Regarding the effect on the geoid, the relaxation time is about 0.6 ± 0.07 yr, indicating a very good spatial correlation of the process at large scale. At a smaller scale, for the gravity variation, relaxation is a bit slower ($\tau = 0.7 \pm 0.15$ yr) on an area lying between 0°N and 6°N . However, these spatial heterogeneities of the relaxation time are too small to be sensibly interpreted as spatial heterogeneities of the mantle or lower crust viscosity.

We do not find any postseismic signal initiated in the Andaman Sea as mentioned in Panet et al. (2007) that would give a relaxation time smaller in the Andaman Sea than above the trench. On the contrary, we detect a 161-day signal due to the S_2 aliasing whose maximum is located in the Andaman Sea. Because this signal is in an ascending phase within the 2 to 3 months following

the earthquake, as shown by the bottom centre panel of Fig. 3.1, it may have been erroneously interpreted as a transient postseismic signal.

Vertical deformation measurements by Global Positioning System (GPS) and remote sensing (Synthetic Aperture Radar, optical imagery) or in situ biological observations of coral reefs can be compared with the postseismic signature seen by GRACE, in particular their temporal evolution. Because there are no ocean bottom observations and only very few land observations, it is difficult to compare the spatial distributions of both observables. In addition, near-field terrestrial observations have a much better spatial resolution than satellite gravity data. Kayanne et al. (2007) made measurements of biological indicators up to one year after the earthquake. They report a postseismic subsidence following the coseismic uplift and occurring within two months after the earthquake at Mayabunder, in Middle Andaman Island. On the opposite, uplift was measured by GPS at Port Blair, in South Andaman Island over a 12-day period in January 2005 (Gahalaut et al., 2006). This positive trend has been going on for two years at each of the 8 observation sites measured by GPS in the Andaman Islands (Paul et al., 2007). Their 0.82-year relaxation time inverted from both the horizontal and vertical ground displacements of all sites is of the same order as our estimate from the satellite gravity data. However, more observations would be needed, in particular in the far field (such as in Thailand, Indonesia and Malaysia), in order to get the large-scale component of vertical displacement. Rapid postseismic afterslip is reported by different authors up to 50 days after the earthquake in the horizontal components (Vigny et al., 2005; Gahalaut et al., 2006).

Different geophysical explanations are invoqued to explain the observed postseismic ground motions and gravity changes: afterslip, viscoelastic relaxation and poroelastic rebound.

Paul et al. (2007) show that afterslip best explains the full vector of observed ground motions at some sites in the Andaman Islands, in particular the relaxation time. They build a postseismic slip model in that region showing slip located on the down-dip end of the coseismic rupture area. However, an afterslip model for a larger region would be necessary in order to compute the corresponding effect in gravity and compare it with GRACE as Chlieh et al. (2007) did for the first month after the earthquake. They found that the postseismic moment release by afterslip equaled on average 35% of the coseismic moment, and could even be larger than 100% in the vicinity of the Andaman Islands.

Pollitz et al. (2006) modelled the observed GPS horizontal motions between the December 26, 2004 and the March 28, 2005 earthquakes. They use a spherically layered compressible earth model with a biviscous rheology for the asthenosphere. The transient viscosity of 5×10^{17} Pa s is responsible for the short relaxation time of 0.23 yr. Only the vertical component in Phuket (Thailand) is discussed: model and observations agree quite well despite of noisy data. The pattern of their predicted vertical velocity three months after the earthquake agrees very well with our “banana-shaped” GRACE estimate of the postseismic gravity change 26 months after the earthquake. Indeed, we can assume that the spatial patterns of predicted vertical velocity are similar 3 months and 26 months after the earthquake, except that the amplitudes must be larger after 26 months. Assuming no response of the ocean, the pattern in the gravity field may also be similar to that in the vertical velocity field. Moreover, the spatial pattern of the postseismic relaxation predicted by Pollitz et al. (2006) is a large-scale signal contrary to the coseismic effect that reflects the small wavelengths of the seismic source. Therefore, the effect of the GRACE limited band width may be less drastic for the postseismic effect. GRACE is likely to bring a more complete information on the postseismic effect than on the coseismic one.

Tanaka (2007, personal communication) computed the postseismic geoid height variation for a spherically layered compressible earth model with a 50-km purely elastic crust above a mantle with a Maxwell rheology of constant viscosity (Tanaka et al., 2006). A small value of 10^{18} Pa s for the viscosity was needed to fit the two-year mean of the observed geoid change. However, a longer time series has to be used to better determine the long-term relaxation velocity in GRACE.

Finally, Ogawa and Heki (2007) provide evidence for poroelastic rebound caused by water mantle

diffusion from a compressed area to a depressed one at the down-dip end of the earthquake rupture zone.

3.6 Conclusion

We have carried out a space-based inversion of the time-variable gravity field solutions at about 600 km spatial resolution estimated from the GRACE observations in order to carefully split the effects of various geophysical sources: coseismic effect, postseismic relaxation, seasonal to interannual variations from continental hydrology and ocean circulation and aliasing errors of high frequency sources that appear as long-period signals. Our estimates of the coseismic and postseismic signatures are consequently not correlated from each other nor biased by effects of other geophysical sources. Although the signal-to-noise ratio as well as the signal amplitudes depend on the filtering strategy of the GRACE solutions, a clear negative gravity drop is systematically estimated east of the Sunda trench dominating the coseismic signature, while a more discreet positive anomaly lies west of the trench. The complete modelling of the coseismic gravity effect using a stratified, spherically symmetric earth model, as well as a more realistic response of the ocean, allows us to maintain that crustal dilatation is not the main cause of the observed strong gravity decrease. Instead, we show that the effect of the ocean mass lateral redistribution that is neglected in previous studies is far to be negligible. Taking this contribution into account leads to a much better correlation with the GRACE observation, in particular at small scales, around 600 km.

The postseismic signature estimated 26 months after the earthquake consists in a large-scale gravity increase centred above the trench and extending over 15° of latitude along the subduction. Two symmetric negative anomalies are located at the western and eastern sides of the main anomaly. Although the relaxation time is better constrained by the GRGS solutions than by the CSR ones, spatial variations of this parameter around the 0.7 yr mean value cannot be interpreted as spatial heterogeneities in the mantle. Moreover, among the three geophysical processes invoqued to explain postseismic deformation (afterslip, viscous relaxation and poroelastic rebound), it is likely that all occur simultaneously. Further investigation on the separation of the above phenomena in the GRACE time-variable gravity field solutions may be done in order to better constrain geophysical models. Longer postseismic period may also help to better constrain the upper-mantle rheology.

Conclusion générale

Rapport entre variation de gravité et déplacement vertical pour différentes charges distribuées à la surface de la Terre

Dans le cas des déformations d'un modèle de Terre élastique à symétrie sphérique, stratifié, sans rotation et isotrope soumis à une distribution de charge à sa surface, le rapport $\Delta g/\Delta h$ présente une très grande variabilité spatiale. Ainsi, en utilisant les prédictions de modèles globaux pour l'hydrologie continentale, la pression atmosphérique de surface et les marées océaniques diurnes et semi-diurnes, nous avons trouvé numériquement des valeurs du rapport comprises entre -2 et +2 $\mu\text{Gal mm}^{-1}$.

Le rapport $\Delta g/\Delta h$ dépend avant tout de la présence de masses à l'échelle locale. Lorsque les masses responsables de la surcharge sont distantes — ce qui est le cas sur les continents pour les marées océaniques ou dans les zones désertiques pour l'hydrologie — le rapport est relativement stable et prend des valeurs proches de -0.26 $\mu\text{Gal mm}^{-1}$. Lorsqu'il est calculé à l'endroit des charges, le rapport $\Delta g/\Delta h$ est fortement influencé par la position et l'extension spatiale des masses locales. Dans le cas de la surcharge hydrologique, le rapport, généralement négatif, dépend fortement de la taille des bassins et non de l'amplitude du signal hydrologique. Dans le cas de la surcharge atmosphérique, le rapport, le plus souvent positif, dépend en premier lieu de la latitude et au niveau des régions de moyennes et hautes latitudes, de la distance aux côtes.

Contrairement aux deux cas précédents pour lesquels le rapport $\Delta g/\Delta h$ calculé est une admittance, nous avons calculé un rapport dépendant de la fréquence pour la surcharge océanique. Pour les ondes diurnes et semi-diurnes, la dispersion spatiale du rapport est beaucoup moins importante que celle constatée pour les surcharges hydrologique et atmosphérique. Le rapport varie néanmoins en fonction de la distance aux côtes.

Les valeurs moyennes sur les continents du rapport $\Delta g/\Delta h$ pour les surcharges hydrologique et atmosphérique reflètent plus ou moins directement les longueurs d'onde spatiales caractéristiques de la source. Le rapport $\Delta g/\Delta h$ obtenu pour la surcharge atmosphérique se situe entre les valeurs prédites pour un pur degré 2 (soit une longueur caractéristique de 10 000 km) et un pur degré 5 (soit une longueur caractéristique de 4 000 km), degrés pour lesquels l'énergie de la source est prépondérante. De même, pour la surcharge hydrologique, le rapport $\Delta g/\Delta h$ moyen se situe entre les valeurs prédites pour un pur degré 1 et un pur degré 5, degrés pour lesquels l'énergie de la source est la plus importante.

A travers l'exemple de la composante neigeuse, particulièrement importante dans l'hémisphère Nord, nous avons vu la forte influence du degré 1 sur la valeur du rapport $\Delta g/\Delta h$. L'incertitude sur l'estimation de la composante neigeuse par les modèles hydrologiques se reporte donc sur nos estimations du rapport $\Delta g/\Delta h$ pour l'hydrologie continentale.

Apport des données de gravimétrie spatiale (GRACE) à la connaissance de l'hydrologie

Considérant les estimations des variations du contenu en eau issues de l'inversion globale des données de la mission GRACE, l'introduction d'un *a priori* physique lors de l'inversion permet d'obtenir des estimations ayant un rapport signal-sur-bruit satisfaisant (solutions du GRGS), par rapport au cas où aucune contrainte n'est introduite (p. ex. solutions du CSR). Dans ce dernier cas, il est nécessaire d'appliquer un filtrage supplémentaire *a posteriori* aux estimations GRACE. Nous estimons qu'un filtrage passe-bas avec une fenêtre d'apodisation est préférable au filtrage gaussien couramment employé car il préserve les bas degrés. La résolution spatiale des données GRACE est de 400 km pour les solutions du GRGS pour une erreur de 4-5 cm sur les estimations du contenu en eau à 10 jours et une erreur de 2 cm sur la variation saisonnière. Après un filtrage passe-bas adapté, les solutions du CSR peuvent raisonnablement atteindre une résolution de 500 km pour

une erreur de 7 cm sur les estimation mensuelles et une erreur de 3 cm sur la variation saisonnière.

Cependant, ce niveau d'erreur à cette résolution spatiale est supérieur à la dispersion observée entre différents modèles hydrologiques globaux, même pour la variation saisonnière. Ceci limite donc l'intérêt de la validation des modèles hydrologiques par la mission GRACE.

Les amplitudes de la variation saisonnière estimées par GRACE sont supérieures aux amplitudes estimées par les modèles de l'ECMWF et GLDAS, d'environ 27%, en moyenne. L'écart est cependant plus fort dans la zone inter-tropicale où la variation saisonnière est maximale que dans les régions des moyennes et hautes latitudes.

Validation des données de gravimétrie spatiale par des données terrestres de gravité

Nous avons estimé les effets à court et à long terme de la sécheresse de l'été 2003 dans les estimations du contenu en eau issues de GRACE (solutions du GRGS), à l'échelle d'un ensemble de 11 bassins hydrologiques européens, d'une superficie totale de près de 2 millions de km². Le déficit hydrique a été estimé à 5 cm pour l'année 2003. Cette estimation est inférieure de 3 cm à celle faite par Andersen *et al.* (2005) avec d'autres solutions GRACE. Ce déficit disparaît au bout de 3 ans, soit à la fin de l'hiver 2006, permettant de conclure à une fermeture du bilan hydrologique sur cet ensemble de bassins du centre de l'Europe. Ce dernier résultat est en accord avec ce que prédit le modèle hydrologique global GLDAS.

La comparaison entre les données de gravimétrie spatiale et terrestre nécessite de connaître l'effet du déplacement vertical dans les mesures au sol qui constitue 30 à 40% de l'amplitude des variations de gravité mesurées à terre dans le cas de la charge hydrologique en Europe. Ceci peut être résolu de deux façons, en estimant le déplacement vertical:

- à partir des mesures GPS co-localisées aux stations du réseau GGP. Ceci nécessite un traitement particulier visant à corriger les observations des effets d'autres sources géophysiques (atmosphère, marées) *via* des modèles pour obtenir les résidus de surcharge hydrologique. Cependant, comme l'ont montré van Dam *et al.* (2007), le niveau des erreurs résultant du traitement GPS et des corrections est trop élevé sur la composante verticale du déplacement par rapport au signal hydrologique.
- à partir des données GRACE. Cette méthode donne des résultats satisfaisants malgré la faible amplitude du signal hydrologique en Europe (van Dam *et al.*, 2007). Cependant, le champ de déplacement vertical est ainsi défini à une translation près car l'effet du degré 1 de la charge ne peut être estimé.

La relative densité de stations du réseau GGP en Europe peut être mise à profit afin de déterminer un signal temporel commun à 7 stations. La décomposition en composantes principales est un outil adapté dans le sens où il permet de prendre en compte les déphasages de 180° entre stations dus à leur position respective par rapport aux masses d'eau locales. La 1^{ère} composante principale représente alors, au signe et à un facteur d'amplitude près, les variations temporelles communes à toutes les stations. Elle est marquée par une variation saisonnière et des variations inter-annuelles. Les effets de la sécheresse de l'été 2003 et de l'automne 2006 sont bien restitués. Nous accordons moins de crédit aux amplitudes des variations, sensibles au choix des stations (répartition et effet de la topographie locale).

Apport des données de gravimétrie spatiale (GRACE) à l'étude du cycle sismique

Nous avons réalisé la séparation des signatures gravitationnelles cosismique et postsismique, à une résolution de 400 km, à partir de différentes solutions globales de champ de gravité estimées

à partir des données GRACE. La meilleure résolution spatiale est trouvée avec les solutions du GRGS.

La signature cosismique se caractérise principalement par une diminution de gravité maximale de $16 \pm 2 \mu\text{Gal}$ et une subsidence maximale du géoïde de $8 \pm 0.6 \text{ mm}$ à l'Est de la fosse de subduction de la Sonde, en mer d'Andaman. Une augmentation de gravité de $4 \pm 2 \mu\text{Gal}$ est aussi observée à l'Ouest de la fosse.

Nous expliquons bien l'évolution temporelle de l'effet postsismique sur les 26 mois d'observation par une relaxation de type exponentielle de constante de temps estimée à environ 7-8 mois. L'effet postsismique cumulé sur les 26 mois consiste en une augmentation maximale de la gravité de $12.3 \pm 1.2 \mu\text{Gal}$ et un soulèvement maximal du géoïde de $6.8 \pm 0.3 \text{ mm}$ au-dessus de la zone de la subduction affectée par la rupture.

La signature postsismique est mieux restituée que la signature cosismique par les mesures de gravimétrie spatiale car le processus physique à l'origine de la relaxation observée agit sur de plus grandes longueurs d'onde spatiales.

La signature gravitationnelle permanente 26 mois après le séisme consiste en un dipôle d'axe perpendiculaire à la direction de la subduction et d'amplitude pic à pic 6.4 mm dans le géoïde et $26 \mu\text{Gal}$ en variation de gravité.

Nos estimations sont décorréliées de la variation saisonnière et de l'aliasing des marées océaniques qui ont été estimés lors de l'inversion des solutions GRACE. La signature cosismique n'est globalement pas contaminée sur la zone d'étude par des variations inter-annuelles de l'hydrologie continentale et de la circulation océanique, d'après les prédictions des modèles globaux. Cependant, de telles variations expliquent pour $2\text{-}3 \mu\text{Gal}$ l'extension de la partie négative de la signature cosismique vers le golfe de Thaïlande. De même, la signature postsismique a été surestimée de $3 \mu\text{Gal}$ dans la région de Phuket du fait de telles variations.

Nous avons pu montrer, à l'aide d'une modélisation globale utilisant une technique de sommation des modes propres excités par le séisme, que la réponse de la Terre solide ne permet pas d'expliquer à elle seule l'effet cosismique observé dans les données GRACE. La réponse statique de l'océan ne peut être négligée. Sa modélisation permet de trouver un bon accord avec la réponse cosismique observée. Bien que contribuant à notre estimation de la réponse de la Terre solide, l'effet de la dilatation de la croûte n'est pas suffisamment important pour expliquer la forte subsidence du géoïde observée. Ceci s'oppose aux résultats de Han *et al.* (2006) et Ogawa et Heki (2007) qui s'appuient sur les résultats d'une modélisation moins satisfaisante (demi-espace homogène).

L'origine physique de la relaxation postsismique observée doit être contrainte par des modélisations. Ainsi, un modèle d'after-slip pourrait permettre de quantifier la part de cette contribution dans la réponse postsismique totale. De plus, l'observation sur une plus longue durée par les satellites GRACE devrait permettre de mieux contraindre les modèles de rhéologie de la Terre dans cette zone de subduction.

Annexes

Annexe A

Inversion par moindres carrés généralisés: méthode de quasi-Newton

Nous détaillons ici la méthode utilisée pour l'inversion des données GRACE afin de déterminer les signatures cosismique et postsismique du séisme de Sumatra-Andaman présentées au chapitre 3 de la 2^{ème} partie.

Nous utilisons les mêmes notations que Tarantola (2005).

En chaque point de coordonnées (θ, λ) , les observations \mathbf{d} peuvent s'écrire comme une fonction $\mathbf{g}(\mathbf{m})$ des paramètres \mathbf{m} du modèle:

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \mathbf{g}(\mathbf{m}) \\ &= \sum_{i=1}^3 a_i \cos(\omega_i \mathbf{t} + \phi_i) + \begin{cases} b \mathbf{t}_{\text{pre}} + c_1 & \text{avant le séisme} \\ c_2 + d(1 - e^{-\mathbf{t}_{\text{post}}/\tau}) & \text{après le séisme} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

où les paramètres du modèle sont:

- a_1, ϕ_1, a_2, ϕ_2 , les amplitudes et phases des signaux annuel et semi-annuel,
- a_3 et ϕ_3 , l'amplitude et la phase d'un signal sinusoïdal de période 161 jours,
- b , la tendance linéaire avant le séisme,
- $c_2 - c_1$, le saut cosismique,
- τ et d , la constante de relaxation postsismique et la variation totale de gravité atteinte à la fin de la relaxation.

\mathbf{t} est un vecteur contenant les dates comptées à partir de la date du séisme. Il comporte 153 dates, soit 77 avant le séisme (\mathbf{t}_{pre}) et 76 après le séisme (\mathbf{t}_{post}).

On construit le vecteur \mathbf{d}_{obs} contenant les observations recouvrant une grille de $24^\circ \times 24^\circ$ au pas de 1° degré. La taille de cette matrice est égale à $153 \times 24 \times 24 = 88128$.

Nous minimisons le double de la fonction coût $S(\mathbf{m})$ (Tarantola, 2005, eq. 3.46):

$$2S(\mathbf{m}) = (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{obs}}) + (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}), \quad (\text{A.2})$$

où

- \mathbf{d}_{obs} est le vecteur des observations de matrice de covariance \mathbf{C}_D ,
- $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ est le vecteur des valeurs *a priori* des paramètres du modèle de matrice de covariance \mathbf{C}_M .

En effet, l'hypothèse des moindres carrés nécessite que la probabilité de densité des observations et la probabilité de densité *a priori* des paramètres du modèle soient gaussiennes. Dans le cas d'un

problème linéaire, la densité de probabilité *a posteriori* des paramètres sera aussi gaussienne. Un problème fortement non-linéaire donnera une densité de probabilité *a posteriori* des paramètres quelconque.

La méthode de quasi-Newton consiste à linéariser $\mathbf{g}(\mathbf{m})$ autour du point de maximum de vraisemblance \mathbf{m}_{ML} (i.e. là où la densité de probabilité *a posteriori* est maximale). Ce point est trouvé par itérations successives (Tarantola, 2005, eq. 3.51):

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - \mu_n (\mathbf{G}_n^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G}_n + \mathbf{C}_M^{-1})^{-1} (\mathbf{G}_n^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}_n) - \mathbf{d}_{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}_n - \mathbf{m}_{\text{prior}})), \quad (\text{A.3})$$

où $(\mathbf{G}_n)_\alpha^i = (\partial g^i / \partial m^\alpha)_{\mathbf{m}_n}$ est la matrice jacobienne de la fonction $\mathbf{g}(\mathbf{m})$. Nous prenons $\mu_n = 0.7$ pour tout n . La valeur initiale \mathbf{m}_0 est prise égale à $\mathbf{m}_{\text{prior}}$.

La non-linéarité de notre problème inverse n'étant pas très forte, nous supposons que la densité de probabilité des paramètres du modèle est proche d'une gaussienne. D'où les deux expressions approchées de la matrice de covariance *a posteriori* (Tarantola, 2005, eq. 3.53):

$$\tilde{\mathbf{C}}_M \approx (\mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}_M^{-1})^{-1} = \mathbf{C}_M - \mathbf{C}_M \mathbf{G}^t (\mathbf{G} \mathbf{C}_M \mathbf{G}^t + \mathbf{C}_D)^{-1} \mathbf{G} \mathbf{C}_M, \quad (\text{A.4})$$

où \mathbf{G} est la matrice jacobienne estimée au point de convergence des itérations (i.e. \mathbf{m}_{ML}).

La valeur moyenne *a priori* de chaque paramètre ainsi que l'erreur correspondante (i.e. la racine carrée de l'élément diagonal de la matrice de covariance \mathbf{C}_M correspondant) sont donnés ci-dessous:

Paramètres	Valeur moyenne et erreur <i>a priori</i>	
	Géoïde	Gravité
a_1	$2 \pm 1 \text{ mm}$	$5 \pm 3 \text{ } \mu\text{Gal}$
a_2	$1 \pm 0.5 \text{ mm}$	$3 \pm 2 \text{ } \mu\text{Gal}$
a_3	$1 \pm 0.5 \text{ mm}$	$2 \pm 0.5 \text{ } \mu\text{Gal}$
$(\phi_i)_{1 \leq i \leq 3}$	$0 \pm \pi \text{ rad}$	$0 \pm \pi \text{ rad}$
b	$-1 \pm 2 \text{ mm an}^{-1}$	$1 \pm 4 \text{ } \mu\text{Gal an}^{-1}$
c_1	$-1 \pm 3 \text{ mm}$	$1 \pm 3 \text{ } \mu\text{Gal}$
c_2	$-5 \pm 3 \text{ mm}$	$-10 \pm 8 \text{ } \mu\text{Gal}$
d	$7 \pm 4 \text{ mm}$	$10 \pm 5 \text{ } \mu\text{Gal}$
τ	$0.7 \pm 0.2 \text{ an}$	$0.7 \pm 0.2 \text{ an}$

\mathbf{C}_M est diagonale: on ne suppose aucune corrélation entre paramètres en un point donné ni entre différents points de la grille (nous n'imposons pas de corrélation spatiale).

Le point de convergence est atteint après 18 (respectivement 22) itérations avec les données de variation de hauteur du géoïde (respectivement de variation de gravité) avec les solutions du GRGS. Pour les solutions du CSR filtrées avec un filtre gaussien de 350 km de rayon, l'algorithme converge à partir de 31 (respectivement 51) itérations.

Annexe B

Modélisation du déplacement vertical cosismique

Dans la section 3.4 (2^{ème} partie), nous n'avons pas représenté le déplacement vertical $u_r(b, \theta, \lambda)$ (où $b=6368$ km) utilisé comme condition limite ainsi que $\Delta\Phi(b, \theta, \lambda)$ pour calculer la perturbation du potentiel due à la redistribution des masses de l'océan. $u_r(b, \theta, \lambda)$ est représenté ci-dessous (à gauche).

Le déplacement vertical en $r=6368$ km obtenu avec le modèle PREM avec océan est quasiment identique au déplacement vertical en $r=6368$ km obtenu avec le modèle PREM sans océan. On peut faire la même constatation pour le déplacement du géoïde qui est donné par la figure 3.12a (à gauche). Par conséquent, le fait d'avoir ôté l'océan au modèle PREM est sans incidence sur notre calcul de l'effet de l'océan, les valeurs du déplacement vertical et de la variation du potentiel étant quasiment identiques dans les deux cas.

Par contre, le calcul du déplacement vertical en $r=6371$ km avec le modèle PREM avec océan (ci-dessous à droite) donne des valeurs plus de 2 fois supérieures à celles obtenues dans les deux cas évoqués plus haut. De plus, il ne correspond pas au déplacement du géoïde (représenté figure 3.12): la surface de l'océan n'est pas une équipotentielle, ce qui n'est physiquement pas acceptable. Les estimations obtenues à la surface de l'océan avec le modèle PREM ne représentent donc pas une réponse réaliste en zone océanique. Les équations implémentées dans MINOS ne conviennent pas pour un fluide, malgré la prise en compte des paramètres élastiques de la couche d'eau (i.e. son incompressibilité) aboutissant à un déplacement vertical plus fort à la surface qu'au fond de l'eau.

Les résultats obtenus au fond de l'eau, en $r=6368$ km sont, quant à eux, physiquement acceptables.

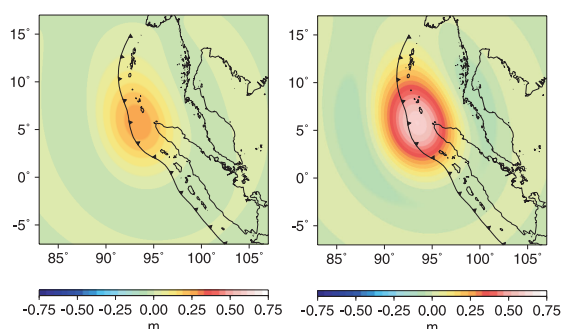


FIG. B.1 – Modélisation du déplacement vertical cosismique. Déplacement vertical (en m) obtenu en $r=6368$ km avec le modèle PREM sans océan (à gauche) et en $r=6371$ km avec le modèle PREM avec océan (à droite).

Annexe C

Article publié dans le *Bulletin
d'Information des Marées
Terrestres*, 142, pages 11451-11460,
2006

A search on the gravity / height ratio induced by surface loading; theoretical investigation and numerical applications

Caroline de Linage^{*}, Jacques Hinderer & Jean-Paul Boy
EOST/IPGS (UMR 7516 CNRS/ULP), 5 rue René Descartes, 67084 Strasbourg, France
^{*} E-mail : Caroline.De-Linage@eost.u-strasbg.fr

Introduction

Ground gravity measurements are very often collocated with measurements of surface vertical displacements. These two observables are due to deformation processes acting on different spatio-temporal scales. Combining them through a ratio may provide useful information about the physics of the acting phenomena and help to separate various contributions. A well-known theoretical value of such a ratio is the free-air gradient of $-0.3086 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ used in the free-air reduction. However, because of the redistribution of the masses inside the Earth and the Newtonian attraction, this ratio for surface loading is different from the free-air gradient. For example, Wahr et al. (1995) showed that the viscous vertical displacement could be linked to the corresponding free-air gravity anomaly via a coefficient of $6.5 \text{ mm}/\mu\text{Gal}$ or, equivalently, that the secular variation of the total gravity could be linked to the secular vertical displacement through a ratio of $-0.15 \mu\text{Gal}/\text{mm}$. This value should be constant whatever the viscosity profile inside the compressible Earth, the ice geometry and time history, as shown theoretically and numerically. These authors proposed to use this ratio to separate the effects of Present-Day Ice Melting (PDIM) from those of Post Glacial Rebound (PGR).

In this study, we aim at probing the characteristics of gravity versus vertical displacement (gravity/height) ratio in the case of an elastic loading process. We first investigate theoretically the ratio to better understand the sensitivity of its different components to the spatial wavelengths of the source (part 1). We develop a numerical approach for computing this ratio and apply it to the predictions of the hydrological loading using a global hydrological model (part 2).

1 Theoretical study of the gravity/height ratio

The theory of the loading process is considered by Farrell (1972) and Merriam (1980) for oceanic loading, and by Spratt (1982) for atmospheric loading.

The variation T of a geodetic observable at the location (θ, λ) induced by a variation of a 2D mass distribution $\sigma(\theta, \lambda)$ at the Earth's surface can be written as:

$$T(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tau_n \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos\theta) \left(\sigma_n^{m,c} \cos(m\lambda) + \sigma_n^{m,s} \sin(m\lambda) \right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tau_n \sigma_n(\theta, \lambda)$$

where τ_n is the transfer function of degree n for the observable T . In our study T stands for gravity variation or vertical displacement.

The transfer function depends on the elastic properties of the Earth via the load Love numbers. The Earth model that is used is the Spherically Symmetric, Non-Rotating Elastic and Isotropic (SNREI) compressible Earth model PREM without oceans.

1.1 Gravity and vertical displacement induced by a 2D mass distribution at the Earth's surface

We now examine the degree n term of the transfer function in gravity (g_n) and vertical displacement ($u_{r,n}$).

1.1.1 Gravity variation

By convention, gravity is positive downwards. The gravity variation can be decomposed into a Newtonian and an elastic part.

The Newtonian part of the transfer function can be written as (Merriam, 1980) (ρ_T is the mean density of the Earth):

$$g_{N,n} = - \frac{3 g_0}{R_T \rho_T} \frac{n}{2n+1} \quad (1)$$

or

$$g_{N,n} = - \frac{3 g_0}{R_T \rho_T} \frac{-(n+1)}{2n+1} \quad (2)$$

depending on the location of the very local masses (resp. above (eqn. 1) and below the measurement point (eqn. 2)). Although there is an impact of the masses at global scale, gravity is dominated by the effect of these masses via the Dirac term in the Green function (Merriam, 1980). The limit when n tends to infinity is resp. $-2\pi G$ (masses above) and $+2\pi G$ (masses below) corresponding to the gravity effect of infinite plate of density σ ($\pm 0.042 \mu\text{Gal}/(\text{kg}/\text{m}^2)$).

The elastic part of the transfer function can be written as (Merriam, 1980):

$$g_{E,n} = - \frac{3 g_0}{R_T \rho_T} \frac{2 h'_n - (n+1) k'_n}{2n+1} \quad (3)$$

The two components in this expression are:

- the effect of free-air motion (h'_n term)
- the effect of the mass redistribution inside the Earth (k'_n term)

These two components are opposite in sign. Their sum is positive and tends to zero when n tends to infinity. It decreases (resp. increases) the sensitivity to low degrees if the local masses are below (resp. above) the surface.

Hence ground gravity is sensitive to the entire spectrum of the source (through the Newtonian term).

1.1.2 Vertical displacement

By convention, vertical displacement is positive upwards. The reference frame is centered at the center of mass of the system {Earth + load}.

The degree n term of the transfer function can be written as (Farrell, 1972):

$$u_{r,n} = \frac{3}{\rho_T} \frac{1}{2n+1} h'_n \quad (4)$$

This transfer function is a decreasing function of the degree n and tends to zero when n tends to infinity. Hence vertical displacement is mainly sensitive to the lowest degrees (inferior to 20) of the source and behaves as a low-pass filter. Thus a load of small spatial extension will induce almost no vertical displacement.

1.2 Ratio of the degree n terms of the transfer functions or Green functions

A way to compare the different sensitivities of the transfer functions for gravity and displacement (or Green functions) is to compute the ratio of their degree n terms. Because the ratio is not a linear function of the source, it is not the transfer function for the gravity/height ratio. So the ratio of the degree n terms of the transfer functions has not to be interpreted as the degree n term of the gravity/height ratio.

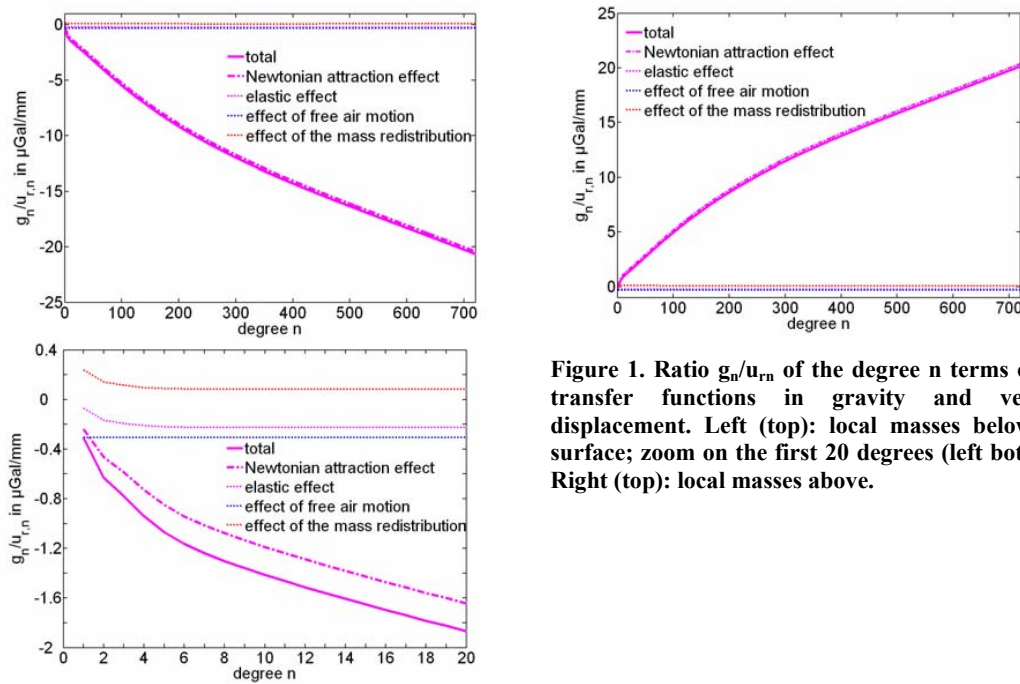


Figure 1. Ratio $g_n/u_{r,n}$ of the degree n terms of the transfer functions in gravity and vertical displacement. Left (top): local masses below the surface; zoom on the first 20 degrees (left bottom). Right (top): local masses above.

As shown on Figure 1, the ratio is dominated by the Newtonian attraction term due to the local masses (magenta full line) which determines its sign (depending on the location of the very local masses). It corresponds to the ratio of equations (1) or (2) to equation (4). Since vertical displacement tends to zero when n tends to infinity, the ratio diverges rapidly.

This constitutes a strong limitation in the interpretation of the gravity/height ratio. Because of the location of the gravimeters with respect to the ground, the sign of the gravity variations due to hydrology can be opposite as well as the sign of the ratio.

It is interesting to focus on the ratio of the elastic part of gravity to vertical displacement (magenta dotted curves) because of their similar behavior as a function of the degree of the source. It can be written as follows (equation (3) divided by equation (4)):

$$\frac{g_{E,n}}{u_{r,n}} = - \frac{g_0}{R_T} \frac{2 h'_n - (n+1) k'_n}{h'_n} = - \frac{2 g_0}{R_T} + \frac{g_0}{R_T} \frac{(n+1) k'_n}{h'_n} \quad (5)$$

The first term (blue dotted line) is the famous free-air gradient whose value for a spherical Earth is $-0.3086 \mu\text{Gal}/\text{mm}$. Since it is not dependent on the degree n , this value can be used in the spatial domain to correct gravity variations from the free-air motion effect.

The second term (red dotted line) is due to the mass redistribution inside the Earth which partly compensates the deformation of the surface. It tends rapidly to a limit when n tends to infinity.

The limit of both terms (computed at degree $n=9000$) is equal to $-0.2320 \mu\text{Gal}/\text{mm}$. This value may explain smaller absolute values of the gravity/height ratio far away from the loads, as the local Newtonian effect is then equal to zero.

1.3 Generalization to any load

Real loads are not constituted by one single degree but by a long series of degrees in order to reproduce their complex spatial geometry such as the hydrological basin limits or the ocean-continent limit.

At the location (θ, λ) , the gravity/height ratio is then the ratio of two combinations of degrees, characterized by two different transfer functions:

$$\frac{g(\theta, \lambda)}{u_r(\theta, \lambda)} = \frac{\sum_{n=0}^{+\infty} g_n \sigma_n(\theta, \lambda)}{\sum_{n=0}^{+\infty} u_{r,n} \sigma_n(\theta, \lambda)}$$

We consider now a load whose spatial distribution changes with time:

$$\sigma(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sigma_n(\theta, \lambda, t)$$

Since generally the geometry of the load is not the same according to time, we cannot separate time and space dependencies and the gravity/height is time-dependent (however in the case of tidal waves of fixed frequency, it is possible to make such a separation by considering the ratio as a complex number with an amplitude in $\mu\text{Gal}/\text{mm}$ and a phase).

2 Numerical study of the gravity/height ratio

As shown above, the ratio gravity/height is a complex function of space and time. It may diverge at some time t or location (θ, λ) because of a vanishing vertical displacement.

2.1 Methodology

At a point (θ, λ) , we first compute a gravity/height ratio for a given period of time D by a linear regression using the least squares method (Figure 2). Time is thus removed. This method avoids taking into account abnormally large values of the ratio as it would be the case by computing the arithmetical mean. However, a shortcoming of this method is that it fails to give the right ratio if gravity and vertical displacement are not in phase (case of tidal waves).

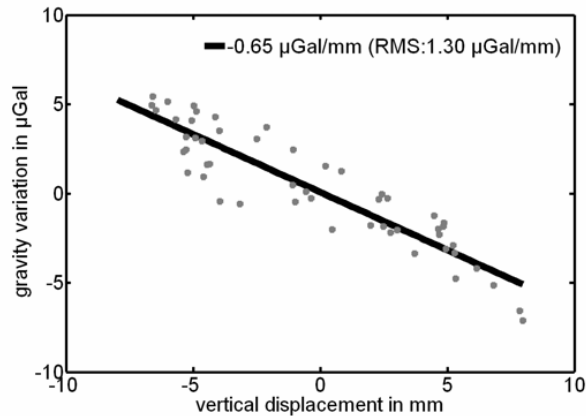


Figure 2. Linear regression between vertical displacement and gravity variation in Strasbourg predicted by the global hydrological LaD model (Milly & Shmakin, 2002). Each dot represents a monthly time sample.

A second step is the computation of the spatial mean of the ratios calculated as explained above on a given domain (continents, hydrological basins).

We could also make a global linear regression removing both time and space. So we compared the resulting ratio to the one obtained by the former method and found very close values. However, the spatial integration of such a ratio is not meaningful on a global scale but rather on smaller domains we will identify below.

2.2 Application to a global hydrological model

We use the global LaD model from Milly & Shmakin (2002) given with a temporal sampling of one month on a 1° square grid. The investigated time period ranges from January 2000 to April 2004. We use the predictions of snow cover and soil moisture (as sum of the water in the root zone and ground water). The Root Mean Square (RMS) of the temporal variations (with respect to the mean value on the time period) for each quantity as well as their sum is mapped in Figure 3.

In glaciated areas such as Antarctica and Greenland, the model fails to give realistic values of snow cover (too much accumulation of snow) so we removed their contribution to global hydrological loading.

Areas with a strong signal are located in the equatorial zone where strong precipitations occur especially during the monsoon. The corresponding hydrological basins are Orinoco, Amazon and Tocantins basins in South America, Niger, Chad and Congo basins in Africa and Brahmaputra and Mekong basins in South East Asia.

It should be reminded that there is a phase-lag of 6 months because of the meteorological equator. Thus the Orinoco and Amazon basins are not in phase and so are the Chad and Congo basins. As a consequence, the effective loads are smaller than those showed on Figure 3.

In Europe, the signal is not so strong than in the equatorial area but is coherent on a large scale. It is due only to the variations of water contained in the soil.

In Russia and particularly in Siberia, the predicted variations of snow cover dominate the total signal which is stronger than the one predicted in Amazon.

In the northern part of the country, the model predicts a strong signal related to high precipitations whereas almost no signal is predicted for the rest of the country.

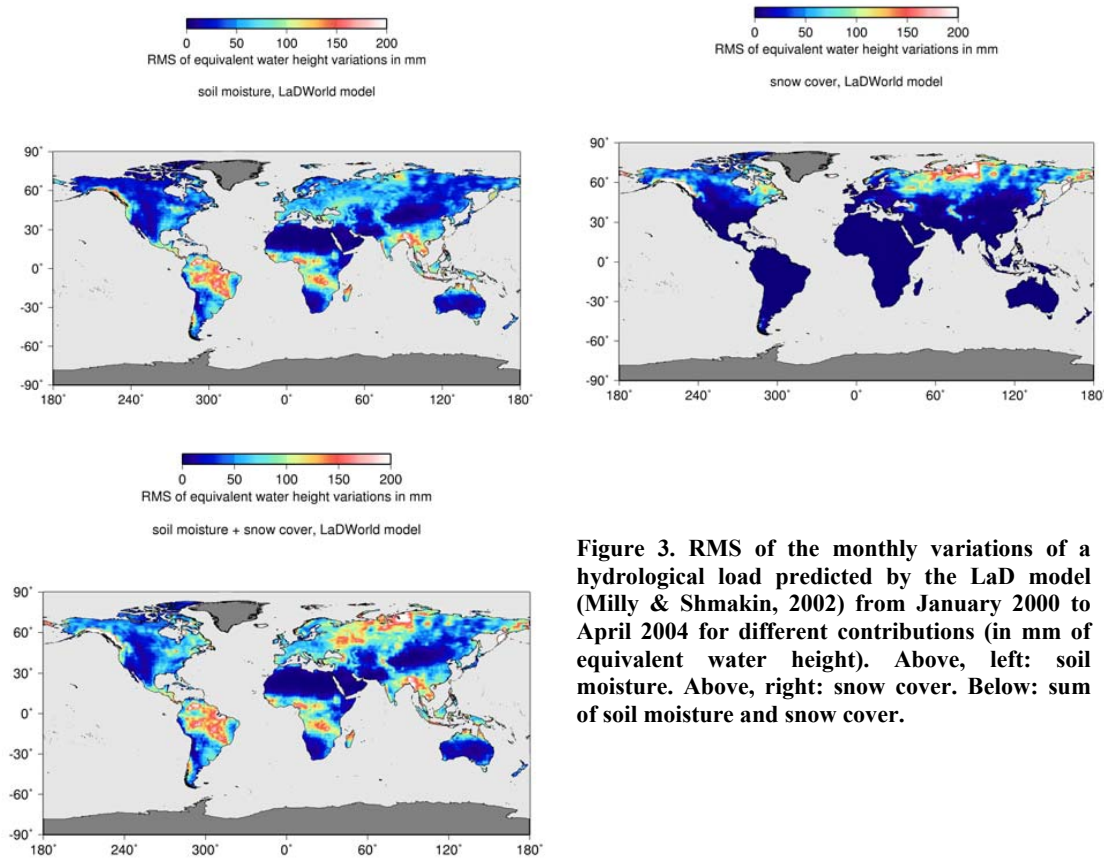


Figure 3. RMS of the monthly variations of a hydrological load predicted by the LaD model (Milly & Shmakin, 2002) from January 2000 to April 2004 for different contributions (in mm of equivalent water height). Above, left: soil moisture. Above, right: snow cover. Below: sum of soil moisture and snow cover.

The spectral energy of the variations of the total hydrological load (Figure 4) is maximum around degree 5 corresponding to a spatial half wavelength of 4000 km. However the ocean-continent limit introduces other degrees and the load cannot be assumed as a pure degree 5. Moreover the distribution of energy as a function of degree is changing with time. The two peaks per year (around March and September) correspond to the annual cycle which is out of phase of 6 months between the Northern and Southern hemispheres.

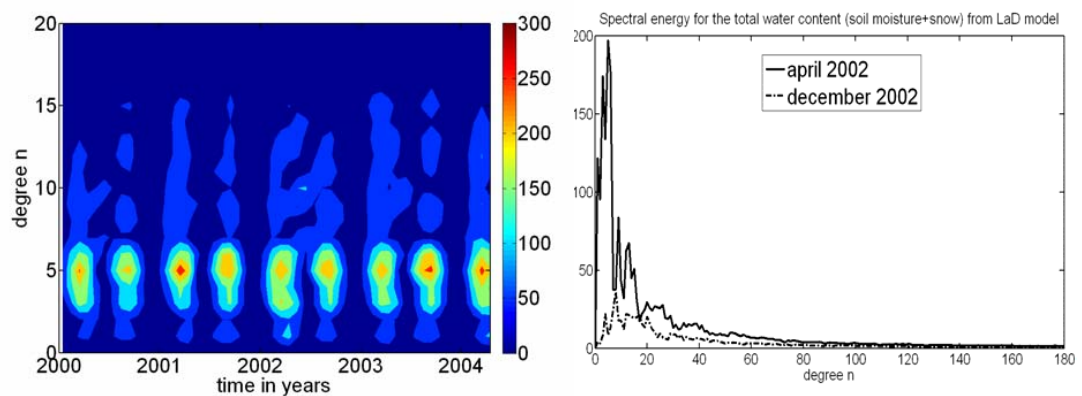


Figure 4. Spectral energy (in mm^2) of the predicted total water content (soil humidity and snow cover) by LaD model versus degree and time (left) and versus degree at two different months (right).

2.3 Results

For the computation of gravity variations induced by these water content variations, we assume that the local masses are below the measurement point by using equation (2) for the Newtonian attraction effect. The 1° square grid has been interpolated to 0.5° . We truncated the development of equations (2) to (4) at degree 360.

The gravity/height values computed for each (θ, λ) point as explained in part 2.1 are mapped on Figure 5.

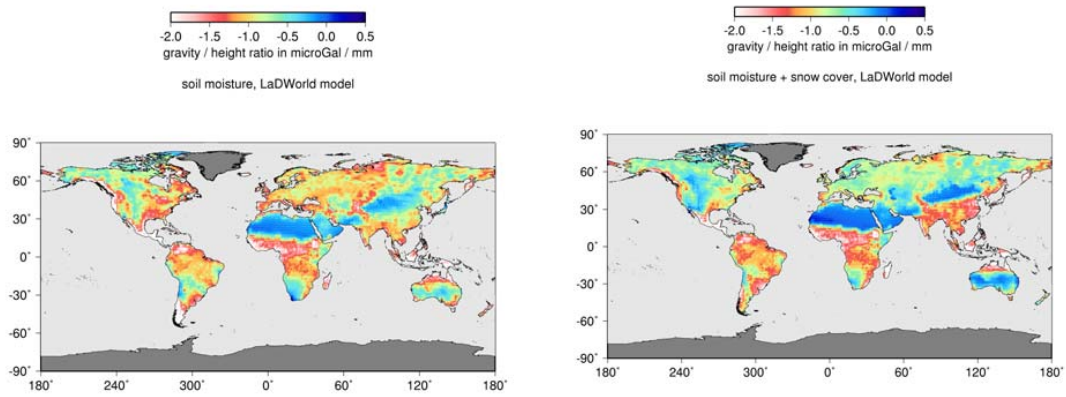


Figure 5. Gravity/height ratio in $\mu\text{Gal}/\text{mm}$ for the global hydrology model LaD. Left: effect of soil moisture. Right: effect of total water content (soil moisture and snow).

2.3.1 Effect of snow

We computed separately the gravity/height ratio for snow cover and soil moisture effects. Since the predicted snow cover variations present a strong degree 1, it will have an impact on the ratio even far away from the sources as shown on Figure 5.

For example, the mean ratio computed in Europe (area between -10°E and 35°E in longitude and between 35°N and 75°N in latitude) is $-1.03 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ if we consider only the soil moisture variations and increases to $-0.71 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ if the snow cover variations are considered besides those of soil moisture.

This can be explained in two steps. On one hand, gravity is almost not affected because there is no (or negligible) snow in Europe so that the local Newtonian attraction effect is almost zero. On the other hand, snow cover in Siberia causes a flexure of the crust and therefore a vertical displacement which adds to the vertical displacement caused by soil moisture in Europe.

2.3.2 Spatial variations of the gravity/height ratio

The mean value of the ratio induced by soil moisture and snow cover variations is $-0.86 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ but the RMS on the continents is $0.57 \mu\text{Gal}/\text{mm}$. The ratio ranges from $-6.4 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ to $1.8 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ and only 0.6% of the computed values are inferior to $-2.0 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ indicating that the mean ratio is not affected by too high values.

2.3.2.1 Comparison of the means on different hydrological basins

If we compare Figure 5 with Figure 3, we cannot find everywhere a correlation between a high signal and a high (in absolute value) gravity/height ratio. It is due to temporal phase lags between basins that are not shown in Figure 3. For example, as already mentioned in part 2.2, there is a phase lag of 6 months between the Orinoco and the other basins of South America. The latter add their effects to the loading of the area inducing a significant vertical displacement. But the Orinoco basin being smaller, the induced vertical displacement is not so important. Then, gravity variations being comparable in both areas, the gravity/height ratio is higher in Orinoco basin ($-1.38 \mu\text{Gal}/\text{mm}$) than in the other basins of South America ($-1.11 \mu\text{Gal}/\text{mm}$).

In Northern Australia (latitudes below 20°S), the value is $-1.84 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ which is twice the mean value. This is due to the small spatial extension of the source which results in a small vertical displacement and a big gravity change. It is also the case in every island where there is a significant hydrological signal and on the Western coast of Canada where the signal is concentrated on a narrow area.

In Siberia, however, the mean value is $-0.82 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ although the predicted signal is one of the highest in the world.

So the gravity/height ratio does not automatically depend on the amplitude of the load, but it is closely influenced by its spatial extension. Thus, the more concentrated the source is, the smaller the vertical displacement and the higher the ratio.

2.3.2.2 Case of desert areas (outside the loads)

We are now considering the impact of soil moisture only (Figure 5, left).

We find a mean value of $-0.28 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ in the area formed by Sahara and Arabia (latitudes between 15°N and 30°N).

Close values can also be found in Central Asia (Mongolia), and Central Australia.

In these areas, as shown in Figure 3, there is no hydrological signal. However, gravity variations and vertical displacements are not zero. In gravity, the Newtonian attraction part is indeed zero and only the elastic part and the global Newtonian attraction effect are non zero. The vertical displacement is not zero because of the bending of the crust induced by the strong hydrological signal in the African equatorial zone.

We do not find -0.23 (limit value of equation (5), part 1.2) because of the small global Newtonian attraction effect which enhances the effect in gravity.

Conclusion

The gravity/height ratio is strongly dominated by the effect in gravity of the Newtonian attraction of the local masses (Dirac effect) as its sign depends on the position of the local masses. The elastic effect due to mass redistribution inside the Earth and free-air motion (via the $-0.3086 \mu\text{Gal}/\text{mm}$ value) is much smaller and is not so sensitive to the degree n of the source. It leads to a ratio more or less close to $-0.23 \mu\text{Gal}/\text{mm}$.

Numerical application for a predicted global hydrological load gives a mean ratio of $-0.86 \mu\text{Gal}/\text{mm}$. This value was found by first using a linear regression through time at any continental point and then computing a spatial mean over the continents. However, the different mean values found on several hydrological basins are mainly controlled by the basin size; the more concentrated the source is, the smaller the vertical displacement and the higher the gravity/height ratio.

On the contrary, in desert areas, the ratio is dominated by the elastic processes and also by the Newtonian attraction of the surrounding masses which leads to mean values close to the elastic limit of $-0.23 \mu\text{Gal/mm}$.

This study focused on the hydrological loading. However, many other elastic loading processes (due to oceans, atmosphere, ice) are present in gravity and vertical displacement measurements. Because of their different spectral content, the gravity/height ratio will be different from those presented here. Moreover values found in this study may be different from those deduced from field measurements because of the bad modeling of the very local effects not taken into account in the global loading models.

References

- Farrell W.E., 1972. Deformation of the earth by surface loads, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **10**, 761-797.
- Merriam J.B., 1980. The series computation of the gravitational perturbation due to an ocean tide, *Phys. Earth Planet. Int.*, **23**, 81-86.
- Milly P.C.D. & A.B. Shmakin, 2002. Global modeling of Land Water and Energy Balances. Part I: The Land Dynamics (LaD) Model. *J. Hydrometeor.*, **3**, 283-299.
- Spratt R.S., 1982. Modelling the effect of atmospheric pressure variations on gravity, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **71**, 173-186
- Wahr J., H. DaZhong & A. Trupin, 1995. Predictions of vertical uplift caused by changing polar ice volumes on a viscoelastic earth, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 977-980.

Bibliographie

- AKI, K. et RICHARDS, P. G. (2002). *Quantitative Seismology*. Freeman, New York, deuxième édition.
- ALTAMIMI, Z., COLLILIEUX, X., LEGRAND, J., GARAYT, B. et BOUCHER, C. (2007). ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. *J. Geophys. Res.*, 112:B09401, doi:10.1029/2007JB004949.
- AMALVICT, M., HINDERER, J. et RÓZSA, S. (2006). Crustal vertical motion along a profile crossing the Rhine graben from the Vosges to the Black Forest Mountains: Results from absolute gravity, GPS and levelling observations. *J. Geodyn.*, 41:358–368.
- AMMON, C. J., JI, C., THIO, H.-K., ROBINSON, D., NI, S., HJORLEIFSDOTTIR, V., KANAMORI, H., LAY, T., DAS, S., HELMBERGER, D., ICHINOSE, G., POLET, J. et WALD, D. (2005). Rupture process of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *Science*, 308(5725):1133–1139.
- ANDERSEN, O. B., SENEVIRATNE, S. I., HINDERER, J. et VITERBO, P. (2005). GRACE-derived terrestrial water storage depletion associated with the 2003 European heat wave. *Geophys. Res. Lett.*, 32:doi:10.1029/2005GL023574.
- BALLU, V., DIAMENT, M., BRIOLE, P. et RUEGG, J.-C. (2003). 1985-1999 gravity field variations across the Asal Rift: insights on vertical movements and mass transfer. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 208:41–49.
- BALMINO, G., LAMBECK, K. et KAULA, W. M. (1973). A spherical harmonic analysis of the Earth's topography. *J. Geophys. Res.*, 78:478–481.
- BARNES, D. F. (1966). Gravity changes during the Alaska Earthquake. *J. Geophys. Res.*, 71:451–456.
- BETTADPUR, S. (2007). *Gravity Recovery and Climate Experiment Level-2 Gravity Field Product User Handbook*. Center for Space Research, The University of Texas at Austin. Rev. 2.3.
- BEVIS, M., ALSDORF, D., KENDRICK, E., FORTES, L. P., FORSBERG, B., SMALLEY JR., R. et BECKER, J. (2005). Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and Earth's elastic response. *Geophys. Res. Lett.*, 32:L16308, doi:10.1029/2005GL023491.
- BIANCALE, R., BALMINO, G., LEMOINE, J.-M., MARTY, J.-C., MOYNOT, B., BARLIER, F., EXERTIER, P., LAURAIN, O., GÉGOUT, P., SCHWINTZER, P., REIGBER, Ch., BODE, A., KÖNIG, R., MASSMANN, F.-H., RAIMONDO, J.-C., SCHMIDT, R. et ZHU, S. Y. (2000). A new global Earth's gravity field model from satellite orbit perturbations: GRIM5-S1. *Geophys. Res. Lett.*, 27:3611–3614.
- BIANCALE, R., LEMOINE, J.-M., BALMINO, G., BRUINSMA, S., PEROSANZ, F., MARTY, J.-C., LOYER, S., BOURGOGNE, S. et GÉGOUT, P. (2008). 6 years of gravity variations from GRACE and LAGEOS data at 10-day intervals over the period from July 29th, 2002 to May 27th, 2008. <http://bgi.cnes.fr:8110/geoid-variations/README.html>.
- BLEWITT, G. (2003). Self-consistency in reference frames, geocenter definition, and surface loading of the solid Earth. *J. Geophys. Res.*, 108(B2):2103, doi:10.1029/2002JB002082.

- BLEWITT, G. et LAVALLÉE, D. (2002). Effect of annual signals on geodetic velocity. *J. Geophys. Res.*, 107(B7):doi:10.1029/2001JB000570.
- BOY, J.-P., GÉGOUT, P. et HINDERER, J. (2002). Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading. *Geophys. J. Int.*, 149:534–545.
- BOY, J.-P. et HINDERER, J. (2006). Study of the seasonal gravity signal in superconducting gravimeter data. *J. Geodyn.*, 41(1–3):227–233.
- BOY, J.-P., HINDERER, J., de LINAGE, C., LEMOINE, F. G. et LUTHCKE, S. B. (2005). Hydrological and oceanic contributions to seasonal gravity changes recovered from the GRACE mission. *Eos Trans. AGU*, 86(52). Fall Meet. Suppl., Abstract G33B-0037.
- CARRÈRE, L. et LYARD, F. (2003). Modeling the barotropic response of the global ocean to atmospheric wind and pressure forcing — comparisons with observations. *Geophys. Res. Lett.*, 30:1275, doi:10.1029/2002GL016473.
- CHAO, B. F. (2005). On inversion for mass distribution from global (time-variable) gravity field. *J. Geodyn.*, 39:223–230.
- CHEN, J. L., WILSON, C. R., TAPLEY, B. D. et GRAND, S. (2007). GRACE detects coseismic and postseismic deformation from the Sumatra-Andaman earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L13302, doi:10.1029/2007GL030356.
- CHENG, M. et TAPLEY, B. D. (2004). Variations in the Earth's oblateness during the past 28 years. *J. Geophys. Res.*, 109(B09402):doi:10.1029/2004JB003028.
- CHLIEH, M., AVOUAC, J.-P., HJORLEIFSDOTTIR, V., SONG, T.-R. A., JI, C., SIEH, K., SLADEN, A., HEBERT, H., PRAWIRODIRDJO, L., BOCK, Y. et GALETZKA, J. (2007). Coseismic Slip and Afterslip of the Great Mw 9.15 Sumatra-Andaman Earthquake of 2004. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 97(1A):S152–S173.
- CROSSLEY, D., HINDERER, J. et BOY, J.-P. (2004). Regional gravity variations in Europe from superconducting gravimeters. *J. Geodyn.*, 38:325–342.
- CROSSLEY, D., HINDERER, J., BOY, J.-P. et de LINAGE, C. (2006). Status of the GGP satellite project. *Bull. Inf. Marées Terrestres*, 142:11423–11432.
- CROSSLEY, D., HINDERER, J., CASULA, G. et al. (1999). Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines. *Eos Trans. AGU*, 80:121–126.
- DAVIS, J. L., ELÓSEGUI, P., MITROVICA, J. X. et TAMISIEA, M. E. (2004). Climate-driven deformation of the solid Earth from GRACE and GPS. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L24605, doi:10.1029/2004GL021435.
- de LINAGE, C., HINDERER, J. et BOY, J.-P. (2006). A search on the gravity/height ratio induced by surface loading; theoretical investigation and numerical applications. *Bull. Inf. Marées Terrestres*, 142:11451–11460.
- de LINAGE, C., HINDERER, J. et ROGISTER, Y. (2007). A search for the ratio between gravity variation and vertical displacement due to a surface load. *Geophys. J. Int.*, 171(3):986–994.
- DONG, D., FANG, P., BOCK, Y., CHENG, M. K. et MIYAZAKI, S. (2002). Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series. *J. Geophys. Res.*, 107(B4):doi:10.1029/2001JB000573.
- DZIEWONSKI, A. et ANDERSON, D. L. (1981). Preliminary Reference Earth Model. *Phys. Earth planet. Inter.*, 25:297–356.
- EGBERT, G. D. et EROFEEVA, S. Y. (2002). Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 19:183–204.
- EKMAN, M. et MÄKINEN, J. (1996). Recent postglacial rebound, gravity change and mantle flow in Fennoscandia. *Geophys. J. Int.*, 126:229–234.
- FANG, M. et HAGER, B. H. (2001). Vertical deformation and absolute gravity. *Geophys. J. Int.*, 146:539–548.

- FARRELL, W. E. (1972). Deformation of the Earth by surface loads. *Rev. Geophys.*, 10:761–797.
- FLECHTNER, F. (2007). AOD1B Product Description Document for Product Releases 01 to 04, GRACE 327-750 (GR-GFZ-AOD-0001). Rapport technique Rev. 3.1, GeoForschungZentrum, Potsdam.
- FRANCIS, O., VAN CAMP, M., van DAM, T., WARNANT, R. et HENDRICKX, M. (2004). Indication of the uplift of the Ardenne in long-term gravity variations in Membach (Belgium). *Geophys. J. Int.*, 158:346–352.
- FRAPPART, F., DO MINH, K., L'HERMITTE, J., CAZENAVE, A., RAMILLIEN, G., LE TOAN, T. et MOGNARD-CAMPBELL, N. (2006). Water volume change in the lower Mekong from satellite altimetry and imagery data. *Geophys. J. Int.*, 167:570–584.
- FREYMUELLER, J. T., COHEN, S. C. et FLETCHER, H. J. (2000). Spatial variations in present-day deformation, Kenai Peninsula, Alaska, and their implications. *J. Geophys. Res.*, 105(B4):8079–8102.
- FURUYA, M., OKUBO, S., SUN, W., TANAKA, Y., OIKAWA, J. et WATANABE, H. (2003). Spatio-temporal gravity changes at Miyakejima Volcano, Japan: caldera collapse, explosive eruptions, and magma movement. *J. Geophys. Res.*, 108(B4):2219.
- GAHALAUT, V. K., NAGARAJAN, B., CATHERINE, J. K. et KUMAR, S. (2006). Constraints on 2004 Sumatra-Andaman earthquake rupture from GPS measurements in Andaman-Nicobar Islands. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 242:365–374.
- GÉGOUT, P., FERHAT, G., BOY, J.-P. et HINDERER, J. (2007). Modeling and Observation of Time-Variable GPS Site Positions. In *Proceedings of the 24th IUGG General Assembly, Earth, Our Changing Planet, July 2007, Perugia, Italy*.
- GHIL, M., ALLEN, M. R., DETTINGER, M. D., IDE, K., KONDRASHOV, D., MANN, M. E., ROBERTSON, A. W., SAUNDERS, A., TIAN, Y., VARADI, F. et YIOU, P. (2002). Advanced spectral methods for climatic time series. *Rev. Geophys.*, 40(1):1003, doi:10.1029/2000RG000092.
- GILBERT, F. (1971). Excitation of the normal modes of the Earth by earthquakes. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 22:223–226.
- GREFF-LEFFTZ, M. et LEGROS, H. (1997). Some remarks about the degree-one deformation of the Earth. *Geophys. J. Int.*, 131:699–723.
- GROSS, R. S. et CHAO, B. F. (2006). The rotational and gravitational signature of the December 26, 2004 Sumatran earthquake. *Surv. Geophys.*, 27:615–632.
- GUDMUNDSSON, O. et SAMBRIDGE, M. (1998). A regionalized upper mantle (RUM) seismic model. *J. Geophys. Res.*, 103:7121–7136.
- HAN, S.-C., JEKELI, C. et SHUM, C. K. (2004). Time-variable aliasing effects of ocean tides, atmosphere, and continental water mass on monthly mean GRACE gravity field. *J. Geophys. Res.*, 109:B04403, doi:10.1029/2003JB002501.
- HAN, S.-C., SHUM, C. K., BEVIS, M., JI, C. et KUO, C.-Y. (2006). Crustal Dilatation Observed by GRACE after the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake. *Science*, 313:658–662.
- HAN, S.-C., SHUM, C. K. et BRAUN, A. (2005). High-resolution continental water storage recovery from low-low satellite-to-satellite tracking. *J. Geodyn.*, 39:11–28.
- HAN, S.-C. et SIMONS, F. J. (2008). Spatiospectral localization of global geopotential fields from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) reveals the coseismic gravity change owing to the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *J. Geophys. Res.*, 113(B01405): doi:10.1029/2007JB004927.
- HEISKANEN, W. A. et MORITZ, H. (1967). *Physical Geodesy*. Freeman, W.H. and Co., San Francisco and London.
- HINDERER, J., ANDERSEN, O., LEMOINE, F., CROSSLEY, D. et BOY, J.-P. (2006). Seasonal changes in the European gravity field from GRACE: A comparison with superconducting gravimeters and hydrology model predictions. *J. Geodyn.*, 41:59–68.

- HINDERER, J., SEDIGHI, M., BAYER, R., GHAZAVI, K., AMALVICT, M., LUCK, B., NILFOROUSHAN, F., MASSON, F., PEYRET, M., DJAMOUR, Y. et KOUHZARE, A. (2003). The absolute gravity network in Iran: an opportunity to analyse gravity changes caused by present-day tectonic deformation. *Proc. IMG-2002 (Instrumentation and Metrology in Gravimetry) Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie, Luxembourg*, 22:137–141.
- IHDE, J., BAKER, T., BRUYNINX, C., FRANCIS, O., AMALVICT, M., KENYERES, A., MÄKINEN, J., SHIPMAN, S., SIMEK, J. et WILMES, H. (2005). Development of a European Combined Geodetic Network (ECGN). *J. Geodyn.*, 40:450–460.
- IMANISHI, Y., SATO, T., HIGASHI, T., SUN, W. et OKUBO, S. (2004). A network of superconducting gravimeters detects submicrogal coseismic gravity changes. *Science*, 306:476–478.
- JACHENS, R. (1978). The gravity method and interpretative techniques for detecting vertical crustal movements. In MUELLER, I., éditeur: *Applications of geodesy to geodynamics*, numéro 280 de Reports of the Department of Geodetic Science, pages 153–155, Columbus, Ohio. IAG/IUGG and COSPAR, Columbus, USA, Proceed. of Ninth Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics (GEOP) Research Conference, An International Symposium on the Application of Geodesy to Geodynamics, The Ohio State University.
- JAMES, T. S. et IVINS, E. R. (1998). Predictions of Antarctic crustal motions driven by present-day ice sheet evolution and by isostatic memory of the Last Glacial Maximum. *J. Geophys. Res.*, 103:4993–5017.
- JEKELI, C. (1981). Alternative methods to smooth the Earth's gravity field. Rep. 327, Dep. of Geod. and Sci. and Surv., Ohio State Univ., Columbus.
- JOUSSET, P., MORI, H. et OKADA, H. (2000). Possible magma intrusion revealed by temporal gravity, ground deformation and ground temperature observations at Mount Komagatake (Hokkaido) during the 1996-1998 crisis. *Geophys. J. Int.*, 143:557–574.
- KARNER, G. D. et WATTS, A. B. (1983). Gravity anomalies and flexure of the lithosphere at mountains ranges. *J. Geophys. Res.*, 86:9377–9396.
- KAYANNE, H., IKEDA, Y., ECHIGO, T., SHISHIKURA, M., KAMATAKI, T., SATAKE, K., MALIK, J. N., BASIR, S. R., CHAKRABORTTY, G. K. et GHOSH ROY, A. K. (2007). Coseismic and postseismic creep in the Andaman Islands associated with the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L01310, doi:10.1029/2006GL028200.
- KUSCHE, J. (2007). Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models. *J. Geod.*, 81:733–749.
- LAMBERT, A., COURTIER, N. et JAMES, T. S. (2006). Long-term monitoring by absolute gravimetry: tides to post-glacial rebound. *J. Geodyn.*, 41:307–317.
- LAMBERT, A., COURTIER, N., SASAGAWA, G. S., KLOPPING, F., WINESTER, D., JAMES, T. S. et LIARD, J. O. (2001). New constraints on Laurentide postglacial rebound from absolute gravity measurements. *Geophys. Res. Lett.*, 28(10):2109–2112.
- LARSON, K. M. et van DAM, T. (2000). Measuring postglacial rebound with GPS and absolute gravity. *Geophys. Res. Lett.*, 27:3925–3928.
- LEMOINE, J.-M., BRUINSMA, S., LOYER, S., BIANCALE, R., MARTY, J.-C., PEROSANZ, F. et BALMINO, G. (2007). Temporal gravity field models inferred from GRACE data. *Adv. Space Res.*, 39:1620–1629.
- LONGUEVERGNE, L. (2008). *Contribution à l'hydrogéodésie*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, UMR Sisyphe, Paris.
- LUTHCKE, S., ZWALLY, H. J., ABDALATI, W., ROWLANDS, D. D., RAY, R. D., NEREM, R. S., LEMOINE, F. G., MCCARTHY, J. J. et CHINN, D. S. (2006a). Recent Greenland Ice Mass Loss by Drainage System from Satellite Gravity Observations. *Science*, 314:doi:10.1126/science.1130776.
- LUTHCKE, S. B., ROWLANDS, D. D., LEMOINE, F. G., KLOSKO, S. M., CHINN, D. et MCCARTHY,

- J. J. (2006b). Monthly spherical harmonic gravity field solutions determined from GRACE inter-satellite range-rate data alone. *Geophys. Res. Lett.*, 33:L02402, doi:10.1029/2005GL024846.
- LYARD, F., LEFÈVRE, F., LETELLIER, T. et FRANCIS, O. (2006). Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004. *Ocean Dynamics*, 56(5–6):394–415.
- MÄKINEN, J., AMALVICT, M., SHIBUYA, K. et FUKUDA, Y. (2007). Absolute Gravimetry in Antarctica: State-of-the-Art and Prospective. *J. Geodyn.*, 43:339–357.
- MAZZOTTI, S., LAMBERT, A., COURTIER, N., NYKOLAISHEN, L. et DRAGERT, H. (2007). Crustal uplift and sea level rise in northern Cascadia from GPS, absolute gravity, and tide gauge data. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L15306, doi:10.1029/2007GL030283.
- MERRIAM, J. B. (1974). Comment on “Global Interaction Between Earth and Sea Tides” by E. Groten and J. Brennecke. *J. Geophys. Res.*, 79(29):4444.
- MERRIAM, J. B. (1980). The series computation of the gravitational perturbation due to an ocean tide. *Phys. Earth planet. Inter.*, 23:81–86.
- MIKHAILOV, V., TIKHOTSKY, S., DIAMENT, M., PANET, I. et BALLU, V. (2004). Can tectonic processes be recovered from new gravity satellite data? *Earth Planet. Sci. Lett.*, 228:281–297.
- MILLY, P. C. D. et SHMAKIN, A. B. (2002a). Global modeling of Land Water and Energy Balances. Part I: The Land Dynamics (LaD) Model. *J. Hydrometeor.*, 3:283–299.
- MILLY, P. C. D. et SHMAKIN, A. B. (2002b). Global modeling of Land Water and Energy Balances. Part II: Land-Characteristics Contributions to Spatial Variability. *J. Hydrometeor.*, 3:301–310.
- MONTESI, L. G. J. (2004). Controls of shear zone rheology and tectonic loading on postseismic creep. *J. Geophys. Res.*, 109:B10404, doi:10.1029/2003JB002925.
- MÜLLER, J., TIMMEN, L., GITLEIN, O. et DENKER, H. (2005). Gravity changes in the Fennoscandian land uplift area to be observed by GRACE and absolute gravimetry. In JEKELI, BASTOS, FERNANDES, éditeur: *Gravity, Geoid and Space Missions - GGSM2004*, volume 129, pages 304–309. IAG International Symposium, Springer.
- NEUMEYER, J., BARTHELMES, F., DIERKS, O., FLECHTNER, F., HARNISCH, G., HINDERER, J., IMANISHI, Y., KRONER, C., MEURERS, B., PETROVIC, S., REIGBER, Ch., SCHMIDT, R., SCHWINTZER, P., SUN, H.-P. et VIRTANEN, H. (2006). Combination of temporal gravity variations resulting from superconducting gravimeter (SG) recordings, GRACE satellite observations and global hydrology models. *J. Geod.*, 79:573–585.
- NEUMEYER, J., HAGEDOORN, J., LEITLOFF, J. et SCHMIDT, T. (2004a). Gravity reduction with three-dimensional atmospheric pressure data for precise ground gravity measurements. *J. Geodyn.*, 38:437–450.
- NEUMEYER, J., SCHWINTZER, P., BARTHELMES, F., DIERKS, O., IMANISHI, Y., KRONER, C., MEURERS, B., SUN, H.-P. et VIRTANEN, H. (2004b). Comparison of superconducting gravimeter and CHAMP satellite derived temporal gravity variations. In REIGBER, Ch., LÜHR, H., SCHWINTZER, P. et WICKERT, J., éditeurs: *Earth Observations with CHAMP: Results from three years in orbit*, pages 31–36.
- NICOLAS, J., NOCQUET, J.-M., VAN CAMP, M., van DAM, T., BOY, J.-P., HINDERER, J., GÉGOUT, P., CALAIS, E. et AMALVICT, M. (2006). Seasonal effect on vertical positioning by Satellite Laser Ranging and Global Positioning System and on absolute gravity at the OCA geodetic station, Grasse, France. *Geophys. J. Int.*, 167:1127–1137.
- NIEBAUER, T. M., HOSKINS, J. K. et FALLER, J. E. (1986). Absolute gravity: a reconnaissance tool for studying vertical crustal motions. *J. Geophys. Res.*, 91:9145–9149.
- OGAWA, R. et HEKI, K. (2007). Slow postseismic recovery of geoid depression formed by the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake by mantle water diffusion. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L06313, doi:10.1029/2007GL029340.
- PANET, I., MIKHAILOV, V., DIAMENT, M., POLLITZ, F., KING, G., de VIRON, O., HOLSCHNEIDER, M., BIANCALE, R. et LEMOINE, J.-M. (2007). Coseismic and post-seismic signatures of the

- Sumatra 2004 December and 2005 March earthquakes in GRACE satellite gravity. *Geophys. J. Int.*, 171:177–190.
- PAUL, J., LOWRY, A. R., BILHAM, R., SEN, S. et SMALLEY, R. J. (2007). Coseismic and postseismic creep in the Andaman Islands associated with the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L19309, doi:10.1029/2007GL031024.
- PELTZER, G., ROSEN, P., ROGEZ, F. et HUDNUT, K. (1998). Poroelastic rebound along the Landers 1992 earthquake surface rupture. *J. Geophys. Res.*, 103(B12):30131–30145.
- PLAG, H.-P., KREEMER, C. et HAMMOND, W. (2007). Collocated absolute gravity measurements help to tie the geometric reference frame to the center of mass of the earth system. In *Proceedings of the 24th IUGG General Assembly, Earth, Our Changing Planet, July 2007, Perugia, Italy*.
- POLLITZ, F. F., BÜRGMANN, R. et BANERJEE, P. (2006). Post-seismic relaxation following the great 2004 Sumatra-Andaman earthquake on a compressible self-gravitating Earth. *Geophys. J. Int.*, 167:397–420.
- RAMILLIEN, G., CAZENAVE, A. et BRUNAU, O. (2004). Global time variations of hydrological signals from GRACE satellite gravimetry. *Geophys. J. Int.*, 158:813–826.
- RAMILLIEN, G., FRAPPART, F., CAZENAVE, A. et GÜNTNER, A. (2005). Time variations of land water storage from an inversion of 2 years of GRACE geoids. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 235:283–301.
- RAMILLIEN, G., LOMBARD, A., CAZENAVE, A., IVINS, E. R., LLUBES, M., RÉMY, F. et BIANCALE, R. (2006). Interannual variations of the mass balance of the Antarctica and Greenland ice sheets from GRACE. *Science*, 53:198–208.
- RAY, R. D. et LUTHCKE, S. B. (2006). Tide model errors and GRACE gravimetry: towards a more realistic assessment. *Geophys. J. Int.*, 167:1055–1059.
- REIGBER, Ch., JOCHMANN, H., WÜNSCH, J., PETROVIC, S., SCHWINTZER, P., BARTHELMES, F., NEUMAYER, K.-H., KÖNIG, R., FÖRSTE, C., BALMINO, G., BIANCALE, R., LEMOINE, J.-M., LOYER, S. et PEROSANZ, F. (2004). Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP. In REIGBER, Ch., LUEHR, H., SCHWINTZER, P. et WICKERT, J., éditeurs: *Earth observation with CHAMP — Results from the Three Years in Orbit*, pages 25–30. Springer, Berlin.
- REIGBER, Ch., SCHMIDT, R., FLECHTNER, F., KÖNIG, R., MEYER, U., NEUMAYER, K.-H., SCHWINTZER, P. et ZHU, S. Y. (2005). An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S. *J. Geodyn.*, 39:1–10.
- RICHTER, B., ZERBINI, S., MATONTI, F. et SIMON, D. (2004). Long-term crustal deformation monitored by gravity and space techniques at Medicina, Italy and Wettzell, Germany. *J. Geodyn.*, 38:281–292.
- RODELL, M., HOUSER, P. R., JAMBOR, U., GOTTSCHALCK, J., MITCHELL, K., MENG, C.-J., ARSENAULT, K., COSGROVE, B., RADAKOVICH, J., BOSILOVICH, M., ENTIN, J. K., WALKER, J., LOHMANN, D. et TOLL, D. (2004). The Global Land Data Assimilation System. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 85(3):381–394.
- ROWLANDS, D. D., LUTHCKE, S. B., KLOSKO, S. M., LEMOINE, F. G., CHINN, D. S., MCCARTHY, J. J., COX, C. M. et ANDERSON, O. B. (2005). Resolving mass flux at high spatial and temporal resolution using GRACE intersatellite measurements. *Geophys. Res. Lett.*, 32:L04310, doi:10.1029/2004GL021908.
- RUNDLE, J. B. (1978). Gravity changes and the Palmdale uplift. *Geophys. Res. Lett.*, 5:41–44.
- SAITO, M. (1967). Excitation of Free Oscillations and Surface Waves by a point source in a vertically heterogeneous Earth. *J. Geophys. Res.*, 72(4):3689–3699.
- SATO, T., OKUNO, J., HINDERER, J., MACMILLAN, D. S., PLAG, H.-P., FRANCIS, O., FALK, R. et FUKUDA, Y. (2006). A geophysical interpretation of the secular displacement and gravity rates observed at Ny-Ålesund, Svalbard in the Arctic – effects of post-glacial rebound and present-day ice melting. *Geophys. J. Int.*, 165:729–743.

- SCHMIDT, R., SCHWINTZER, P., FLECHTNER, F., REIGBER, Ch., GÜNTNER, A. Döll, P., RAMILLIEN, G., CAZENAVE, A., PETROVICA, S., JOCHMANN, H. et WÜNSCH, J. (2006). GRACE observations of changes in continental water storage. *Global Planet. Change*, 50(1–2):112–126.
- SPRATT, R. S. (1982). Modelling the effect of atmospheric pressure variations on gravity. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 71:173–186.
- STAMMER, D., WUNSCH, C., FUKUMORI, I. et MARSHALL, J. (2002). State Estimation in Modern Oceanographic Research. *Eos Trans. AGU*, 83(27):289, 294–295.
- STEIN, S. et OKAL, E. A. (2005). Speed and size of the Sumatra earthquake. *Nature*, 434:581–582.
- SUN, W. et OKUBO, S. (1993). Surface potential and gravity changes due to internal dislocations in a spherical Earth, I. Theory for a point dislocation. *Geophys. J. Int.*, 114:569–592.
- SUN, W. et OKUBO, S. (2004a). Coseismic deformations detectable by satellite gravity missions: a case study of Alaska (1964, 2002) and Hokkaido (2003) earthquakes in the spectral domain. *J. Geophys. Res.*, 109(B04405):doi:10.1029/2003JB002554.
- SUN, W. et OKUBO, S. (2004b). Truncated co-seismic geoid and gravity changes in the domain of spherical harmonic degree. *Earth Planets Space*, 56:881–892.
- SWENSON, S. et WAHR, J. (2002). Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity. *J. Geophys. Res.*, 39(8):1223, doi:10.1029/2002WR001808.
- SWENSON, S., WAHR, J. et MILLY, P. C. D. (2003). Estimated accuracies of regional water storage variations inferred from the gravity recovery and climate experiment (grace). *Water Resour. Res.*, 107(B9):2193, doi:10.1029/2001JB000576.
- SWENSON, S., YEH, P. J.-F., WAHR, J. et FAMIGLIETTI, J. (2006). A comparison of terrestrial water storage variations from GRACE with in situ measurements from Illinois. *Geophys. Res. Lett.*, 33:L16401, doi:10.1029/2006GL026962.
- TANAKA, Y., OKUBO, S., MACHIDA, M., KIMURA, I. et KOSUGE, T. (2001). First detection of absolute gravity change caused by earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 28(15):2979–2981.
- TANAKA, Y., OKUNO, J. et OKUBO, S. (2006). A new method for the computation of global viscoelastic post-seismic deformation in a realistic earth model (I)–vertical displacement and gravity variation. *Geophys. J. Int.*, 164:273–289.
- TAPLEY, B., RIES, J., BETTADPUR, S., CHAMBERS, D., CHENG, M., CONDI, F., GUNTER, B., KANG, Z., NAGEL, P., PASTOR, R., PEKKER, T., POOLE, S. et WANG, F. (2005). GGM02 - An Improved Earth Gravity Model from GRACE. *J. Geod.*, 79:467–478.
- TAPLEY, B. D., BETTADPUR, S., RIES, J. C., THOMPSON, P. F. et WATKINS, M. M. (2004). GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System. *Science*, 305:503–505.
- TARANTOLA, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pennsylvania.
- TEFERLE, F. N., BINGLEY, R. M., WILLIAMS, S. D. P., BAKER, T. F. et DODSON, A. H. (2006). Using continuous GPS and absolute gravity to separate vertical land movements and changes in sea level at tide gauges in the U. K. *Phil. Trans. R. Soc., Part A*, 364:917–930, doi:10.1098/rsta.2006.1746.
- THOMPSON, P. F., BETTADPUR, S. V. et TAPLEY, B. D. (2004). Impact of short period, non-tidal, temporal mass variability on GRACE gravity estimates. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L06619, doi:10.1029/2003GL019285.
- van DAM, T., WAHR, J. et LAVALLÉE, D. (2007). A comparison of annual vertical crustal displacements from GPS and Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) over Europe. *J. Geophys. Res.*, 112:B03404, doi:10.1029/2006JB004335.
- VELICOGNA, I. et WAHR, J. (2005). Greenland mass balance from GRACE. *Geophys. Res. Lett.*, 32:L18505, doi:10.1029/2005GL023955.

- VELICOGNA, I. et WAHR, J. (2006). Measurements of Time-Variable Gravity Show Mass Loss in Antarctica. *Science*, 311:doi:10.1126/science.1123785.
- VIGNY, C., SIMONS, W. J. F., ABU, S., BAMPHENYU, R., SATIRAPOD, C., CHOOSAKUL, N., SUB-ARYA, C., SOCQUET, A., OMAR, K., ABIDIN, H. Z. et AMBROSIUS, B. A. C. (2005). Insight into the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from GPS measurements in southeast Asia. *Nature*, 436:201–206.
- VITERBO, P. et BELJAARS, A. C. M. (1995). An improved land surface parameterization scheme in the ECMWF model and its validation. *J. Climate*, 8:2716–2748.
- WAHR, J., DAZHONG, H. et TRUPIN, A. (1995). Predictions of vertical uplift caused by changing polar ice volumes on a viscoelastic earth. *Geophys. Res. Lett.*, 22(8):977–980.
- WAHR, J., SWENSON, S. et VELICOGNA, I. (2006). Accuracy of GRACE mass estimates. *Geophys. Res. Lett.*, 33:L06401, doi:10.1029/2005GL025305.
- WAHR, J., SWENSON, S., ZLOTNICKI, V. et VELICOGNA, I. (2004). Time-variable gravity from GRACE: first results. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L11501, doi:10.1029/2004GL019779.
- WOODHOUSE, J. H. (1988). The calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the earth and the sun. In DOORNBOS, D. J., éditeur: *Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs*. Springer, New York.
- ZERBINI, S., MATONTI, F., RAICICH, F., RICHTER, B. et van DAM, T. (2004). Observing and assessing nontidal ocean loading using ocean, continuous GPS and gravity data in the Adriatic area. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L23609, doi:10.1029/2004GL021185.
- ZERBINI, S., NEGUSINI, M., ROMAGNOLI, C., DOMENICHINI, F., RICHTER, B. et SIMON, D. (2002). Multi-parameter continuous observations to detect ground deformation and to study environmental variability impacts. *Global Planet. Change*, 34:37–58.
- ZERBINI, S., RICHTER, B., NEGUSINI, M., ROMAGNOLI, C., SIMON, D., DOMENICHINI, F. et SCHWAHN, W. (2001). Height and gravity variations by continuous GPS, gravity and environmental parameter observations in the southern Po Plain, near Bologna, Italy. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 192:267–279.

Résumé

Nous modélisons le rapport entre variation de pesanteur et déplacement vertical du sol dus à une surcharge à la surface d'un modèle de Terre à symétrie sphérique, stratifié et élastique. Les résultats théoriques sont comparés aux valeurs numériques trouvées pour diverses charges à partir des sorties de modèles globaux. Nous évaluons la résolution et la précision des variations temporelles du contenu en eau du sol estimées par la mission de gravimétrie spatiale GRACE. Celles-ci sont comparées aux prédictions des variations saisonnières de plusieurs modèles hydrologiques. En Europe, la validation des mesures GRACE par les mesures des gravimètres du réseau GGP repose sur une analyse en composantes principales et met en évidence la sécheresse de l'été 2003. Les signatures gravitationnelles cosismique et postsismique associées au séisme de Sumatra (2004) sont extraites des données GRACE. Une modélisation de l'effet cosismique montre que la réponse statique de l'océan ne peut être négligée.

Mots-clés : gravimétrie, variations temporelles de gravité, GRACE, déplacement vertical, surcharges, hydrologie, cycle sismique, Sumatra, relaxation postsismique

Abstract

Ground and space gravity measurements : study of the ratio between gravity variation and vertical displacement and contribution of the GRACE space mission to the study of hydrological loadings and very large earthquakes.

We model the ratio between gravity variation and ground vertical displacement that are due to a load located at the surface of a stratified, spherically symmetric and elastic earth model. Theoretical results are compared to numerical values found for different loads by using outputs of global models. We assess the resolution and the accuracy of the temporal variations of the water content in the ground estimated by the GRACE space gravity mission. These are compared to the seasonal variations predicted by several hydrological models. In Europe, the validation of the GRACE measurements by those of the GGP network gravimeters is based on a principal component analysis and highlights the drought of summer 2003. The gravitational coseismic and postseismic signatures of the Sumatra earthquake (2004) are extracted from the GRACE data. A modelling of the coseismic effect shows that the static response of the ocean must not be neglected.

Key words : gravimetry, time variable gravity, GRACE, vertical displacement, loadings, hydrology, seismic cycle, Sumatra, postseismic relaxation